

<i>Rodzaj dokumentu:</i>	Zasady oceniania rozwiązań zadań
<i>Egzamin:</i>	Egzamin maturalny
<i>Przedmiot:</i>	Fizyka
<i>Poziom:</i>	Poziom rozszerzony
<i>Formy arkusza:</i>	EFAP-R0-100-2106, EFAP-R0-200-2106
<i>Termin egzaminu:</i>	15 czerwca 2021 r.
<i>Data publikacji dokumentu:</i>	21 maja 2021 r.

Uwaga: Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.

Zadanie 1.1. (0–2)

Zasady oceniania

- 2 pkt – prawidłowa metoda obliczenia czasu ruchu oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.
 1 pkt – wyodrębnienie pionowej składowej ruchu i zapisanie prawidłowej zależności wiążącej drogę/wysokość (lub położenie) z czasem spadku swobodnego pionowego bez prędkości początkowej.
 0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Czas trwania rzutu poziomego z wysokości h jest taki, jak czas t_s trwania pionowego spadku swobodnego z wysokości h (ponieważ rzut poziomy jest złożeniem dwóch ruchów: spadku swobodnego w kierunku pionowym oraz ruchu jednostajnego prostoliniowego w kierunku poziomym). Z wykresu odczytujemy, że wysokość rzutu wynosi $h = 20$ m.

Korzystamy ze związku pomiędzy drogą a czasem spadania w pionowym spadku swobodnym bez prędkości początkowej:

$$h = \frac{1}{2}gt_s^2 \rightarrow t_s = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$t_s = \sqrt{\frac{2 \cdot 20 \text{ m}}{9,81 \text{ m/s}^2}} \approx 2,02 \text{ s}$$

Zadanie 1.2. (0–4)

Zasady oceniania

- 4 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia równania toru ruchu, z wykorzystaniem prawidłowych równań ruchu dla rzutu poziomego oraz otrzymanie poprawnej postaci równania toru
 LUB
 – poprawne udowodnienie, że torem ruchu jest fragment paraboli (tzn. wyprowadzenie równania $y(x) = h - \frac{g}{2v_x^2} \cdot x^2$ z równań ruchu rzutu poziomego) oraz wyznaczenie współczynników równania paraboli z postaci iloczynowej (lub kanonicznej lub ogólnej).
 3 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia równania toru ruchu, z wykorzystaniem prawidłowych równań ruchu dla rzutu poziomego (dla poziomej i pionowej składowej ruchu) oraz związku między zasięgiem rzutu a prędkością początkową i wysokością, oraz otrzymanie równania:

$$y(x) = h - \frac{h}{x_{max}^2} \cdot x^2$$

LUB

- poprawna metoda wyprowadzenia równania toru ruchu, z wykorzystaniem prawidłowych równań ruchu dla rzutu poziomego (dla poziomej i pionowej składowej ruchu), otrzymanie równania $y(x) = h - \frac{g}{2v_x^2} \cdot x^2$ oraz wyznaczenie prędkości początkowej w zależności od zasięgu rzutu oraz wysokości początkowej.
- 2 pkt – zapisanie poprawnych równań ruchu rzutu poziomego (dla poziomej i pionowej składowej ruchu): $x(t) = v_x t$ oraz $y(t) = h - \frac{1}{2}gt^2$ oraz zapisanie związku między zasięgiem rzutu a wysokością i prędkością początkową
LUB
- założenie (bez dowodu opartego na równaniach ruchu), że torem ruchu jest fragment paraboli oraz poprawne wyprowadzenie wzoru toru ruchu z postaci iloczynowej (lub kanonicznej lub ogólnej) równania paraboli
LUB
- zapisanie prawidłowych równań ruchu dla rzutu poziomego (dla poziomej i pionowej składowej ruchu) oraz otrzymanie równania paraboli: $y(x) = h - \frac{g}{2v_x^2} \cdot x^2$.
- 1 pkt – zapisanie poprawnych równań ruchu rzutu poziomego (dla poziomej i pionowej składowej ruchu): $x(t) = v_x t$ oraz $y(t) = h - \frac{1}{2}gt^2$
LUB
- poprawne obliczenie wartości prędkości początkowej rzutu poziomego:
$$v_x = x_{\max} \sqrt{\frac{g}{2h}} \approx 19,8 \text{ m/s}$$
- 0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Rzut poziomy jest złożeniem dwóch ruchów: spadku swobodnego w kierunku pionowym oraz ruchu jednostajnego prostoliniowego w kierunku poziomym. Zapiszemy zależność położenia od czasu $y(t)$ dla składowej pionowej ruchu:

$$y(t) = h - s_y(t)$$

gdzie h jest wysokością, z jakiej rozpoczyna się rzut, a $s_y(t)$ jest drogą przebytą w kierunku pionowym od chwili $t = 0$. Skorzystamy ze wzoru na drogę $s_y(t)$ w ruchu przyspieszonym:

$$y(t) = h - \frac{1}{2}gt^2$$

Zapiszemy zależność położenia od czasu $x(t)$ dla składowej poziomej ruchu:

$$x(t) = v_x t$$

gdzie v_x jest wartością prędkości początkowej – jednocześnie wartością składowej prędkości w kierunku poziomym. Z powyższych równań wyznaczymy zależność $y(x)$:

$$\begin{cases} y(t) = h - \frac{1}{2}gt^2 \\ x(t) = v_x t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y(t(x)) = y(x) = h - \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_x}\right)^2 \\ t(x) = \frac{x}{v_x} \end{cases}$$

$$y(x) = h - \frac{g}{2v_x^2} \cdot x^2$$

Żeby otrzymać zależność $y(x)$, wyrażoną poprzez zasięg rzutu i wysokość początkową, wyznaczmy wartość składowej v_x poprzez zasięg i wysokość. Skorzystamy ze związku między zasięgiem x_{max} a wysokością h rzutu poziomego i prędkością początkową v_x :

$$x_{max} = v_x t = v_x \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad \rightarrow \quad v_x = x_{max} \sqrt{\frac{g}{2h}}$$

Zatem:

$$y(x) = h - \frac{g}{2 \left(x_{max} \sqrt{\frac{g}{2h}} \right)^2} \cdot x^2$$

$$y(x) = h - \frac{h}{x_{max}^2} \cdot x^2 = -\frac{h}{x_{max}^2} \cdot x^2 + h$$

Do powyższego równania podstawimy dane odczytane z wykresu (wyrażone w metrach):

$$y(x) = -\frac{20}{40^2} \cdot x^2 + 20 = -0,0125 \cdot x^2 + 20$$

Zadanie 1.3. (0–1)

Zasady oceniania

1 pkt – poprawne narysowanie wektora siły działającej w punkcie A oraz poprawne zapisanie nazwy tej siły.

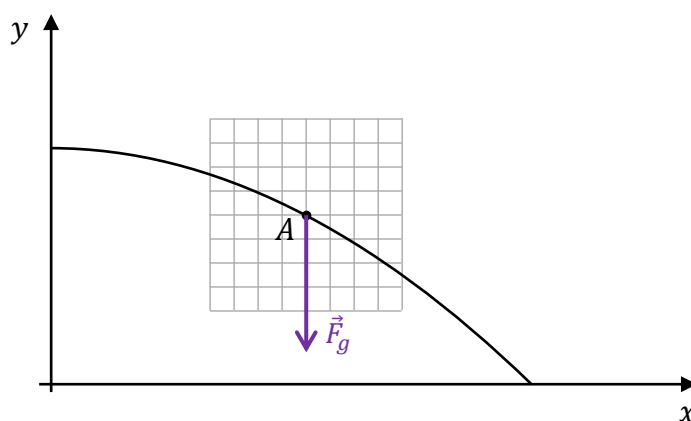
0 pkt – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawne rozwiązanie

Nazwa siły:

$\vec{F}_g$ – siła grawitacji

.....



Zadanie 2.1. (0–1)**Zasady oceniania**

1 pkt – poprawna odpowiedź.

0 pkt – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź

C

Zadanie 2.2. (0–3)**Zasady oceniania**

3 pkt – poprawne zastosowanie zasady zachowania energii mechanicznej, prawidłowe obliczenia oraz prawidłowy wynik podany z jednostką.

2 pkt – poprawne zapisanie zasady zachowania energii mechanicznej łącznie z poprawnym zastosowaniem wzorów na energie potencjalne w chwili początkowej oraz wzorów na energie potencjalne i kinetyczne w sytuacji, gdy pręt przechodzi przez położenie pionowe (wystarczy zapis: $m_1 g \frac{l}{2} + m_2 g \frac{l}{2} = \frac{m_1 v_{max}^2}{2} + \frac{m_2 v_{max}^2}{2} + m_2 gl$).1 pkt – zastosowanie zasady zachowania energii mechanicznej oraz określenie (może być opis słowny) energii mechanicznej układu w chwili początkowej jako energii potencjalnej oraz energii układu gdy pręt przechodzi przez położenie pionowe jako sumy energii potencjalnej i kinetycznej (wystarczy zapis $E_{pot1} = E_{pot2} + E_{kin2}$, bez wzorów na energie kinetyczne i potencjalne).

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Skorzystamy z zasady zachowania energii mechanicznej. Energia układu w chwili początkowej (jak na rysunku 1.) jest równa energii mechanicznej układu, gdy pręt przechodzi przez pozycję pionową (jak na rysunku 2.):

$$E_1 = E_2$$

W chwili początkowej układ ma energię potencjalną. Gdy pręt przechodzi przez położenie pionowe, to układ ma energię kinetyczną i potencjalną. Zero energii potencjalnej przyjmujemy na poziomie, na którym znajduje się ciężarek o masie m_1 w drugiej sytuacji (rysunek 2.). Ponieważ masę pręta pomijamy, to:

$$\begin{aligned}
 m_1 g \frac{l}{2} + m_2 g \frac{l}{2} &= \frac{m_1 v_{max}^2}{2} + \frac{m_2 v_{max}^2}{2} + m_2 gl \\
 m_1 g \frac{l}{2} - m_2 g \frac{l}{2} &= \frac{v_{max}^2}{2} (m_1 + m_2) \quad \rightarrow \quad gl(m_1 - m_2) = v_{max}^2 (m_1 + m_2) \\
 v_{max} &= \sqrt{gl \cdot \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)}} \quad \rightarrow \quad v_{max} = \sqrt{9,8 \cdot 0,5 \cdot \frac{0,15}{0,25} \frac{\text{m}}{\text{s}}} \approx 1,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}
 \end{aligned}$$

Zadanie 3.1. (0–1)

Zasady oceniania

1 pkt – poprawna odpowiedź.

0 pkt – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź

B

Zadanie 3.2. (0–3)

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia okresu obrotu planety wokół własnej osi oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

2 pkt – zapisanie prawidłowych związków między przyspieszeniem grawitacyjnym ciała a przyspieszeniami na biegunie i równiku, uwzględnienie warunku zadania oraz wykorzystanie wzorów na przyspieszenie odśrodkowe i prędkość kątową albo liniową (np. zapisy: $a_b = 1,2 \cdot (a_b - \omega^2 R)$, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ lub równoważne).

1 pkt – zapisanie prawidłowych związków między przyspieszeniem grawitacyjnym ciała a przyspieszeniami na biegunie i równiku (wystarczy zapis: $a_b = a_g$ oraz $a_r = a_g - a_{od}$).

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Układ odniesienia związany z obracającą się planetą, w którym określamy przyspieszenia ciał, jest układem nieinercyjnym. W związku z tym na biegunie planety należy uwzględnić efekt związany z obrotem (tzw. „siłę” odśrodkową):

$$a_r = a_g - \omega^2 r$$

gdzie a_g jest przyspieszeniem grawitacyjnym (tzn. wynikającym tylko z prawa powszechnego ciążenia). Ponieważ na biegunie planety ciało spada wzdłuż osi obrotu planety, to nie występuje efekt związany z obrotem planety, zatem:

$$a_b = a_g$$

Z warunków zadania wynika, że:

$$a_b = 1,2 \cdot a_r$$

zatem

$$a_b = 1,2 \cdot (a_b - \omega^2 R)$$

$$1,2 \cdot \omega^2 R = 0,2 \cdot a_b \quad \rightarrow \quad \omega^2 = \frac{a_b}{6R}$$

Wykorzystamy związek między prędkością kątową a okresem obrotu:

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{a_b}{6R} \quad \rightarrow \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{6R}{a_b}}$$

$$T \approx 6,28 \cdot \sqrt{\frac{6 \cdot 6 \cdot 10^6 \text{ m}}{3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} \approx 21,8 \cdot 10^3 \text{ s.}$$

Zadanie 4.1. (0–1)**Zasady oceniania**

1 pkt – poprawna odpowiedź.

0 pkt – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź

1. P 2. F 3. P

Zadanie 4.2. (0–3)**Zasady oceniania**

3 pkt – zapisanie poprawnych wartości trzech parametrów.

2 pkt – zapisanie poprawnych wartości (z jednostkami) tylko dwóch parametrów.

1 pkt – zapisanie poprawnej wartości (z jednostką) tylko jednego parametru.

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Poprawne rozwiązanie

$$f = 1,25 \text{ Hz}$$

$$A = 0,032 \text{ m}$$

$$v_{\max} = 0,25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Zadanie 4.3. (0–3)**Zasady oceniania**

3 pkt – poprawna metoda obliczenia maksymalnej wartości siły sprężystości oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

2 pkt – wyprowadzenie zależności (z drugiej zasady dynamiki): $ma_{\max} = F_{s\max} - mg$ lub równoważne zapisy (na symbolach lub symbolach i wartościach liczbowych).1 pkt – zapisanie równania drugiej zasady dynamiki: $ma_{\max} = F_{\text{wyp max}}$

LUB

– zapisanie równania na wartość siły wypadkowej przy maksymalnej wartości siły sprężystości: $F_{\text{wyp max}} = F_{s\max} - F_g$.

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Największa wartość siły sprężystości jest w chwilach, gdy ciężarek znajduje się w najniższym punkcie podczas ruchu. Wtedy ciężarek osiąga także największe przyspieszenie. Zapiszemy równanie drugiej zasady dynamiki (konwencja znaków: gdy zwrot wektora jest w górę, to jego współrzędna pionowa jest dodatnia, gdy zwrot wektora jest w dół, to jego współrzędna jest ujemna):

$$ma_{\max} = F_{s\max} - F_g$$

$$ma_{\max} = F_{s\max} - mg$$

$$F_{s\max} = ma_{\max} + mg = m(a_{\max} + g)$$

$$F_{s\max} = 0,05 \cdot (2 + 9,8) \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 0,59 \text{ N}$$

Zadanie 4.4. (0–1)

Zasady oceniania

1 pkt – poprawna odpowiedź.

0 pkt – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź

D

Zadanie 5. (0–4)

Zasady oceniania

4 pkt – poprawna metoda obliczenia pracy siły ciągu oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

3 pkt – poprawne wyprowadzenie wyrażenia na pracę siły ciągu: $W_{F_c} = \frac{GMm}{2} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$ oraz zapisanie związku między masą planety, jej promieniem a przyspieszeniem grawitacyjnym na powierzchni planety: $g_p = \frac{GM}{R^2}$

LUB

– poprawne wyprowadzenie wyrażenia na pracę siły ciągu za pomocą wielkości danych w zadaniu: $W_{F_c} = \frac{mg_p R^2}{2} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$.

2 pkt – zapisanie pracy siły ciągu jako różnicy energii mechanicznych oraz zapisanie energii mechanicznej jako sumę energii kinetycznej i potencjalnej grawitacji oraz identyfikacja siły grawitacji jako siły dośrodkowej (lub zapisanie wzoru na prędkość orbitalną)

LUB

– zapisanie pracy siły ciągu jako różnicy energii mechanicznych oraz zapisanie energii mechanicznej jako sumę energii kinetycznej i potencjalnej grawitacji oraz zapisanie związku między masą planety, jej promieniem a przyspieszeniem grawitacyjnym na powierzchni planety

LUB

– poprawne wyprowadzenie związku: $W_{F_c} = \frac{GMm}{2} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$

1 pkt – zapisanie pracy siły ciągu jako różnicy energii mechanicznych oraz zapisanie energii mechanicznej jako sumę energii kinetycznej i potencjalnej grawitacji

LUB

– zapisanie energii mechanicznej jako sumę energii kinetycznej i potencjalnej grawitacji oraz identyfikacja siły grawitacji jako siły dośrodkowej.

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Praca, jaką wykonała siła ciągu silników podczas przemieszczania sondy z jednej orbity na drugą, jest równa różnicy energii mechanicznych, jakie ma sonda, gdy porusza się swobodnie po tych orbitach:

$$W_{F_c} = E_2 - E_1$$

Wyprowadzimy wyrażenie na energię mechaniczną, gdy sonda porusza się swobodnie z prędkością v po orbicie kołowej, w ogólności o promieniu r (tutaj r_1 lub r_2). Energia mechaniczna jest równa sumie energii kinetycznej i potencjalnej:

$$E = E_{kin} + E_{pot} = \frac{1}{2}mv^2 + \left(-\frac{GMm}{r}\right)$$

Ponadto siła grawitacji pełni rolę siły dośrodkowej:

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{GMm}{r^2} \rightarrow mv^2 = \frac{GMm}{r}$$

Powyższy związek podstawimy do wzoru na energię mechaniczną:

$$E = \frac{1}{2} \frac{GMm}{r} - \frac{GMm}{r} = -\frac{1}{2} \frac{GMm}{r}$$

Otrzymany wzór wykorzystamy do obliczenia pracy siły ciągu:

$$W_{F_c} = -\frac{1}{2} \frac{GMm}{r_2} - \left(-\frac{1}{2} \frac{GMm}{r_1}\right) = \frac{GMm}{2} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

Zapiszemy związek między masą planety, jej promieniem a przyspieszeniem grawitacyjnym na powierzchni planety:

$$g_p = \frac{GM}{R^2} \rightarrow GM = g_p R^2$$

Zatem:

$$W_{F_c} = \frac{mg_p R^2}{2} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

$$W_{F_c} = \frac{4 \cdot 10^2 \text{ kg} \cdot 25 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot (8 \cdot 10^6)^2 \text{ m}^2}{2} \left(\frac{1}{12 \cdot 10^6 \text{ m}} - \frac{1}{36 \cdot 10^6 \text{ m}}\right) \approx 178 \cdot 10^8 \text{ J}$$

$$W_{F_c} \approx 178 \cdot 10^8 \text{ J} = 17,8 \cdot \text{GJ}$$

Zadanie 6.1. (0–2)

Zasady oceniania

- 2 pkt – poprawne zaznaczenia w czterech zdaniach.
- 1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch lub trzech zdaniach.
- 0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Poprawna odpowiedź

1. **F** 2. **P** 3. **P** 4. **P**

Zadanie 6.2. (0–3)

Zasady oceniania

- 3 pkt – poprawna metoda obliczenia sprawności silnika cieplnego oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.
- 2 pkt – poprawna metoda obliczenia pracy całkowitej w cyklu i prawidłowy wynik: $|W_{cal}| = p_1 V_1$ oraz poprawna metoda obliczenia ciepła pobranego w cyklu oraz zapisanie wzoru na sprawność z pracą całkowitą i ciepłem pobranym

LUB

- poprawna metoda obliczenia pracy całkowitej i ciepła pobranego w cyklu i prawidłowy wynik: $|Q_{pob}| = p_1 V_1 + |Q_{odd}|$ oraz zapisanie wzoru na sprawność cyklu z ciepłem pobranym i ciepłem oddanym.

1 pkt – zapisanie wzoru na sprawność cyklu (w dowolnej postaci) oraz poprawna metoda obliczenia ciepła pobranego: zapisanie równania I zasady termodynamiki, które uwzględnia, że zmiana energii wewnętrznej w cyklu jest równa zero: $\Delta U_{cykl} = 0$, oraz uwzględnia pracę W_{spr} podczas sprężania gazu, pracę W_{roz} podczas rozprężania gazu, ciepło Q_{pob} pobrane przez gaz w cyklu oraz ciepło Q_{odd} oddane w cyklu

LUB

- zapisanie wzoru na sprawność cyklu (w dowolnej postaci) oraz poprawna metoda obliczenia pracy całkowitej w cyklu i prawidłowy wynik: $|W_{cal}| = p_1 V_1$.

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Sprawność silnika cieplnego obliczamy ze wzoru:

$$\eta = \frac{|W_{cal}|}{|Q_{pob}|}$$

Obliczymy pracę całkowitą w cyklu. Skorzystamy ze wzoru $|W| = p|\Delta V|$ na pracę siły parcia (i siły przeciwnej do siły parcia):

$$|W_{cal}| = |W_{roz}| - |W_{spr}|$$

$$|W_{cal}| = p_{23}|\Delta V_{23}| - p_{41}|\Delta V_{41}| \rightarrow |W_{cal}| = 2p_1(2V_1 - V_1) - p_1(2V_1 - V_1)$$

$$|W_{cal}| = p_1 V_1$$

Obliczymy ciepło pobrane w cyklu. Zapiszemy I zasadę termodynamiki dla cyklu pracy silnika. Całkowita zmiana energii wewnętrznej gazu w cyklu wynosi zero. Przyjmiemy konwencję, zgodnie z którą ciepło pobrane z otoczenia oraz pracę podczas sprężania przyjmiemy za dodatnie (gaz zyskuje energię), a ciepło oddane i pracę gazu przy rozprężaniu – za ujemne (gaz traci energię):

$$0 = |W_{spr}| - |W_{roz}| + |Q_{pob}| - |Q_{odd}| = -|W_{cal}| + |Q_{pob}| - |Q_{odd}|$$

$$|Q_{pob}| = |W_{cal}| + |Q_{odd}| = p_1 V_1 + |Q_{odd}| \quad \left(\text{spostrzeżenie: } |Q_{odd}| = \frac{11}{2} p_1 V_1 \right)$$

$$|Q_{pob}| = 480 \text{ J} + 2640 \text{ J} = 3120 \text{ J} \quad \left(\text{spostrzeżenie: } |Q_{pob}| = \frac{13}{2} p_1 V_1 \right)$$

Obliczymy sprawność silnika cieplnego:

$$\eta = \frac{480 \text{ J}}{3120 \text{ J}} \approx 0,15 \quad \left(\text{spostrzeżenie: } \eta = \frac{p_1 V_1}{\frac{13}{2} p_1 V_1} = \frac{2}{13} \right)$$

Zadanie 6.3. (0–2)**Zasady oceniania**

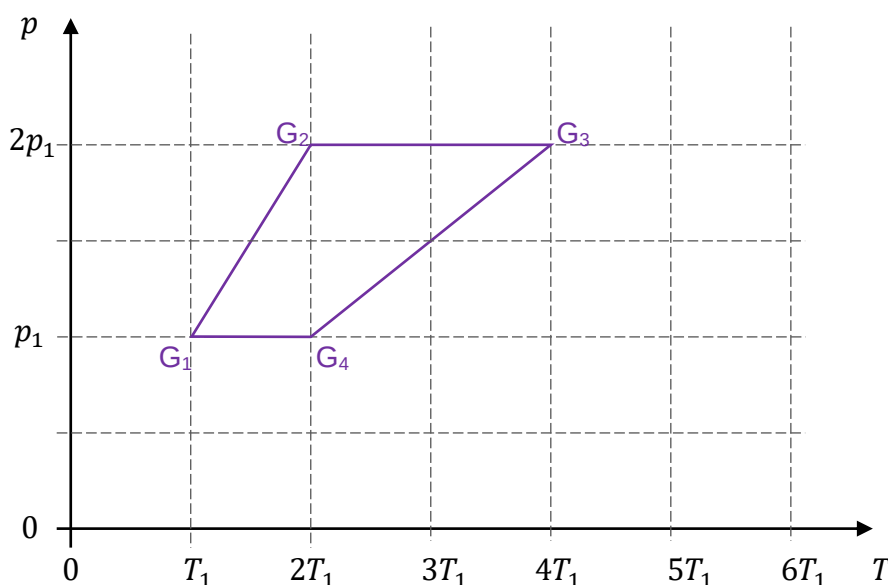
2 pkt – poprawne narysowanie i oznaczenie cyklu.

1 pkt – poprawne narysowanie i oznaczenie kierunków dwóch izobar G_2-G_3 i G_4-G_1 oraz prawidłowy kierunek cyklu (wyznaczony numeracją), a stan 1 oznaczony najbliższym punktu $(0;0)$

LUB

– poprawne narysowanie kierunków dwóch izochor G_1-G_2 i G_3-G_4 (linie muszą się przedłużać do punktu $(0;0)$) oraz prawidłowy kierunek cyklu (wyznaczony numeracją), a stan 1 oznaczony najbliższym do punktu $(0;0)$.

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Poprawne rozwiązanie

Uwaga! Zapisy w brudnopisie nie są oceniane. Poniżej prezentuje się przykładowe zapisy pomocnicze, pokazujące (i porządkujące) sposób myślenia prowadzący do rozwiązania zadania. Zadanie można rozwiązać bez zapisów pomocniczych.

$$G_1: p_1 \cdot V_1 \propto T_1 \quad G_2: 2p_1 \cdot V_1 \propto 2T_1 \quad G_3: 2p_1 \cdot 2V_1 \propto 4T_1 \quad G_4: p_1 \cdot 2V_1 \propto 2T_1$$

Zadanie 7.1. (0–3)**Zasady oceniania**

3 pkt – poprawne wyznaczenie oraz podpisanie położenia punktów A, B, C .

2 pkt – poprawne wyznaczenie oraz podpisanie położenia dwóch punktów spośród A, B, C .

1 pkt – poprawne wyznaczenie oraz podpisanie położenia jednego punktu spośród A, B, C .

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Książki do matury: sklep.maturalny.pl

[illegible]

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia wyrażenia na różnicę częstotliwości maksymalnej i minimalnej oraz poprawna postać końcowa tego wyrażenia i prawidłowe podstawienie danych liczbowych do tego wyrażenia

– poprawna metoda obliczenia częstotliwości maksymalnej oraz minimalnej oraz prawidłowe wyniki liczbowe z jednostkami.

2 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia wyrażenia na różnicę częstotliwości maksymalnej i minimalnej (zastosowanie odpowiednich wzorów Dopplera, łącznie z użyciem poprawnego wzoru na $v_{zo\ max}$, jako wartości prędkości źródła w ruchu po okręgu)

– poprawna metoda obliczenia częstotliwości maksymalnej lub minimalnej (zastosowanie odpowiedniego wzoru Dopplera, łącznie z użyciem poprawnego wzoru na $v_{zo\ max}$, jako wartości prędkości źródła w ruchu po okręgu) oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

1 pkt – zapisanie wyrażenia na największą lub najmniejszą częstotliwość dźwięku odbieranego przez obserwatora, łącznie z identyfikacją $v_{zo\ max}$ jako wartości prędkości źródła w ruchu po okręgu.

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Największa częstotliwość oraz najmniejsza częstotliwość dźwięków odbieranych przez obserwatora, wyrażają się wzorami:

$$f_{o\ max} = f_z \cdot \frac{v_d}{v_d - v_{zo\ max}} \quad \text{lub} \quad f_{o\ min} = f_z \cdot \frac{v_d}{v_d + v_{zo\ max}}$$

gdzie $v_{zo\ max}$ jest największą wartością składowej prędkości źródła w kierunku obserwatora. Ta wartość składowej prędkości jest równa wartości prędkości źródła w ruchu po okręgu:

$$v_{zo\ max} = v_z = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r f_{obrotu} \quad \text{oraz} \quad f_{obrotu} = \frac{30}{60\ s} = 0,5\ \text{Hz}$$

$$v_{zo\ max} = v_z \approx 2 \cdot 3,14 \cdot 1 \cdot 0,5\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 3,14\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Obliczymy różnicę pomiędzy największą i najmniejszą częstotliwością dźwięku odbieranego przez obserwatora:

$$f_{o\ max} = f_z \cdot \frac{v_d}{v_d - v_{zo\ max}} - f_z \cdot \frac{v_d}{v_d + v_{zo\ max}} = f_z \cdot \left(\frac{2v_d \cdot v_{zo\ max}}{v_d^2 - v_{zo\ max}^2} \right)$$

$$f_{o\ max} = f_z \cdot \left(\frac{2v_d \cdot v_{zo\ max}}{v_d^2 - v_{zo\ max}^2} \right) \approx 1000 \cdot \frac{2 \cdot 340 \cdot 3,14}{(340^2 - 3,14^2)} = 18,5\ \text{Hz}$$

Zadanie 8.1. (0–1)

Zasady oceniania

1 pkt – poprawna odpowiedź.

0 pkt – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź

D

Zadanie 8.2. (0–3)

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia oporu wewnętrznego baterii oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

2 pkt – zapisanie prawa Kirchhoffa dla obwodu w postaci: $U_{SEM} = IR_W + IR + U$ oraz prawidłowe podstawienie danych liczbowych

LUB

– zapisanie prawa Kirchhoffa dla obwodu w postaci: $U_{SEM} = IR_W + IR + IR_A$ lub zapisy równoważne oraz zapisanie związku $U = IR_A$ i prawidłowe podstawienie danych liczbowych.

1 pkt – zapisanie prawa Kirchhoffa dla obwodu w postaci: $U_{SEM} = IR_W + IR + IR_A$ lub zapisy równoważne.

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Zastosujemy II prawo Kirchhoffa dla obwodu oraz związek między napięciem a natężeniem prądu i oporem, podstawimy dane i wykonamy obliczenia:

$$U_{SEM} = IR_W + IR + IR_A, \quad U = IR_A$$

$$U_{SEM} = IR_W + IR + U$$

$$6 \text{ V} = 1,5 \text{ A} \cdot R_W + 1,5 \text{ A} \cdot 3,4 \Omega + 0,6 \text{ V}$$

$$R_W = 0,2 \Omega$$

Zadanie 8.3. (0–1)

Zasady oceniania

1 pkt – poprawna odpowiedź.

0 pkt – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź

A1

Zadanie 9.1. (0–2)

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne narysowanie co do kierunku i zwrotu, oznaczenie i opisanie dwóch sił reakcji, siły grawitacji oraz siły elektrodynamicznej.

1 pkt – poprawne narysowanie co do kierunku i zwrotu, oznaczenie i opisanie dwóch sił reakcji oraz siły grawitacji

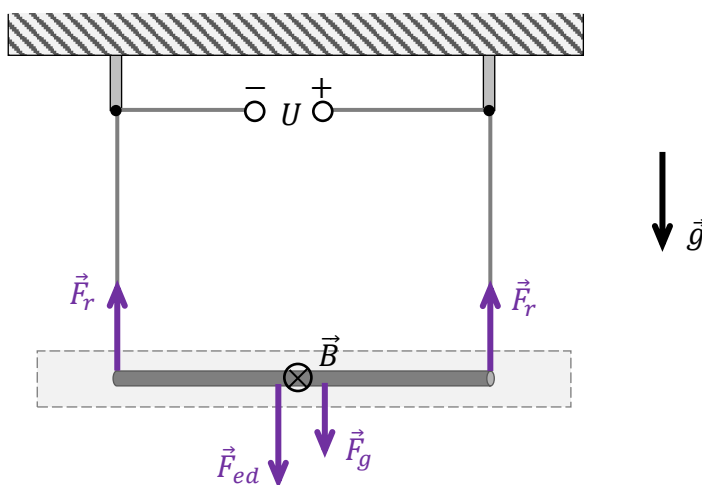
LUB

– poprawne narysowanie co do kierunku i zwrotu, oznaczenie i opisanie siły grawitacji oraz siły elektrodynamicznej

– poprawne narysowanie co do kierunku i zwrotu, oznaczenie i opisanie siły grawitacji, siły elektrodynamicznej oraz tylko jednej siły reakcji.

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Poprawne rozwiązanie



$\vec{F}_r$ – siła reakcji, z jaką drut działa na pręt.

$\vec{F}_{ed}$ – siła elektrodynamiczna działająca na pręt.

$\vec{F}_g$ – siła grawitacji działająca na pręt.

Zadanie 9.2. (0–3)**Zasady oceniania**

- 3 pkt – poprawna metoda obliczenia siły, z jaką drut działa na pręt, oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.
- 2 pkt – poprawne zapisanie warunku równowagi wszystkich sił działających na pręt, łącznie z uwzględnieniem wzoru na siłę elektrodynamiczną, siłę grawitacji oraz związku między napięciem a natężeniem prądu i oporem obwodu.
- 1 pkt – poprawne zapisanie warunku równowagi wszystkich sił działających na pręt
LUB
– poprawna metoda obliczenia wartości siły elektrodynamicznej działającej na pręt oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką: $F_{ed} = 2,4 \text{ N}$.
- 0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Siłę oddziaływania jednego drutu (siłę reakcji drutu) na pręt oznaczmy jako $\vec{F}_r$. Oprócz tego na pręt działa siła elektrodynamiczna (skierowana w dół) oraz siła grawitacji. Pręt spoczywa w układzie inercyjnym, zatem siła wypadkowa działająca na pręt wynosi zero:

$$\vec{F}_r + \vec{F}_r + \vec{F}_g + \vec{F}_{ed} = 0 \quad (\text{zapis wektorowy})$$

$$F_r + F_r = F_g + F_{ed} \quad (\text{zapis na wartościach sił})$$

Wykorzystamy wzór na siłę elektrodynamiczną, siłę grawitacji oraz związek między napięciem a natężeniem prądu:

$$F_{ed} = IlB \quad F_g = mg \quad I = \frac{U}{R}$$

Zatem:

$$F_r = \frac{1}{2} \cdot \left(mg + \frac{ULB}{R} \right)$$

$$F_r = \frac{1}{2} \cdot \left(0,24 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} + \frac{6 \text{ V} \cdot 1,2 \text{ m} \cdot 0,5 \text{ T}}{1,5 \Omega} \right) = 2,377 \dots \text{ N} \approx 2,38 \text{ N}$$

Zadanie 10.1. (0–1)**Zasady oceniania**

- 1 pkt – poprawna odpowiedź.
- 0 pkt – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź

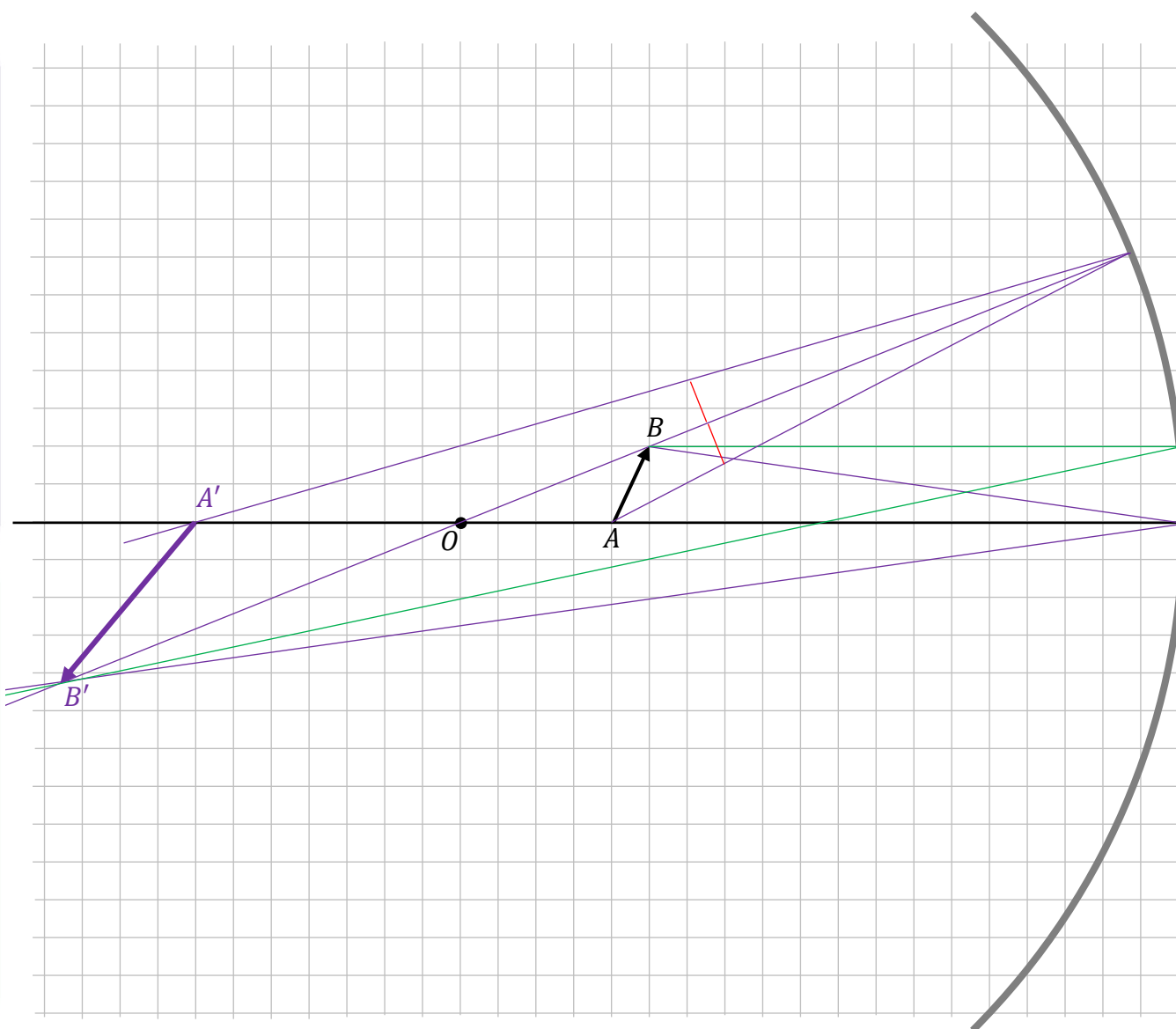
1. P 2. P 3. P

Zadanie 10.2. (0–2)**Zasady oceniania**

- 2 pkt – poprawne wyznaczenie konstrukcyjne obrazu A' punktu A oraz obrazu B' punktu B .
- 1 pkt – poprawne wyznaczenie konstrukcyjne obrazu A' punktu A
LUB
– poprawne wyznaczenie konstrukcyjne obrazu B' punktu B .
- 0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Uwaga! Obraz $A'B'$ oraz przedmiot AB nie są do siebie równoległe! Dlatego, jeżeli zdający poprawnie skonstruuje położenie punktu B' (albo A'), a następnie założy równoległość przedmiotu do obrazu i w ten sposób wyznaczy A' (albo B'), to taką konstrukcję całego obrazu $A'B'$ należy uznać za błędną. W takim przypadku zdający otrzymuje 1 pkt tylko za poprawną konstrukcję punktu B' (albo A').

Poprawne rozwiązanie



Zadanie 11. (0–2)**Zasady oceniania**

2 pkt – poprawna odpowiedź i pełne uzasadnienie: (1) porównywanie siły wyporu działającej na układ (lub tylko ciężarek) do ciężaru układu (lub tylko ciężarka) w obu sytuacjach, (2) powiązanie siły wyporu z objętością wypartej wody, (3) porównanie wynikających z tego objętości wypartej wody w obu sytuacjach.

1 pkt – poprawna odpowiedź i niepełne uzasadnienie (brak zapisów związanych z (1) lub (2) lub (3)).

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie*Odpowiedź:*

Poziom wody w basenie po zatonięciu w wodzie wyrzuconego ciężarka zmaleje.

*Uzasadnienie:**Sposób 1. (Odwołanie się do siły wyporu działającej na układ łódka–chłopiec–ciężarek)*

W pierwszej sytuacji siła wyporu równoważy ciężar układu łódka z chłopcem – ciężarek. Zgodnie z prawem Archimedesesa i I zasadą dynamiki, ciężar wypartej wody jest równy ciężarowi łódki z chłopcem i z ciężarkiem:

$$V_{wyp1}\rho_{wody}g = m_l g + m_c g$$

W drugiej sytuacji, siła wyporu działająca na cały układ (łódkę, chłopca i zatopiony ciężarek), czyli ciężar wypartej (przez łódkę, chłopca i zatopiony ciężarek) wody nie równoważy ciężaru układu łódka z chłopcem –ciężarek, ponieważ ciężarek zatonął (choć łódka z chłopcem pływa). Zatem ciężar wypartej wody (przez łódkę z chłopcem i zatopiony ciężarek) jest mniejszy od łącznego ciężaru łódki z chłopcem oraz ciężarka.

$$V_{wyp2}\rho_{wody}g < m_l g + m_c g$$

Zatem:

$$V_{wyp2} < V_{wyp1}$$

Objętość wypartej przez cały układ (łódkę z chłopcem i zatopiony ciężarek) wody jest w drugiej sytuacji mniejsza, dlatego poziom wody obniży się.

Sposób 2. (Odwołanie się do siły wyporu działającej na ciężarek)

W obu sytuacjach łódka z chłopcem pływa i wypiera ustaloną ilość wody. Dlatego rozważamy siłę wyporu działającą w obu sytuacjach tylko na ciężarek. Zgodnie z prawem Archimedesesa i I zasadą dynamiki, w pierwszej sytuacji ciężar wypartej wody (ponad to co wypiera łódka) jest równy ciężarowi ciężarka:

$$V'_{wyp1}\rho_{wody}g = m_c g \quad \rightarrow \quad V'_{wyp1} = \frac{m_c}{\rho_{wody}}$$

W drugiej sytuacji objętość wody wypartej przez ciężarek jest równa objętości ciężarka:

$$V'_{wyp2} = \frac{m_c}{\rho_c}$$

Ciężarek tonie (gęstość ciężarka jest większa od gęstości wody), więc:

$$\rho_c > \rho_{wody}$$

Zatem:

$$V'_{wyp2} < V'_{wyp1}$$

Zadanie 12. (0–3)

Zasady oceniania

- 3 pkt – poprawna metoda obliczenia energii wiązania jądra litu ${}^7_3\text{Li}$ oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką (podany w dżulach lub elektronowoltach).
- 2 pkt – poprawne zapisanie związku pomiędzy energią wiązania jądra litu a deficytem masy jądra litu, zapisanie różnicy pomiędzy masą wszystkich nukleonów a masą jądra litu oraz poprawne podstawienie wszystkich danych do tego związku.
- 1 pkt – zidentyfikowanie energii potrzebnej do rozbicia jądra litu jako energii wiązania jądra litu
LUB
– zapisanie różnicy pomiędzy masą wszystkich nukleonów a masą jądra litu.
- 0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Energia E , jaką należy dostarczyć do jądra litu, aby rozbić je na poszczególne nukleony, jest równa energii wiązania jądra litu. Wykorzystamy związek pomiędzy energią wiązania a deficytem masy jądra litu:

$$E = E_w = \Delta mc^2$$

Jądro litu ${}^7_3\text{Li}$ ma trzy protony i cztery neutrony, zatem:

$$E_w = (3m_p + 4m_n - m_{Li})c^2$$

Podstawiamy odpowiednie wartości i wykonujemy obliczenia:

$$E_w = (3 \cdot 1,6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg} + 4 \cdot 1,6749 \cdot 10^{-27} \text{ kg} - 11,6508 \cdot 10^{-27} \text{ kg}) \cdot (3 \cdot 10^8)^2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$E_w = 0,0666 \cdot 10^{-27} \cdot 9 \cdot 10^{16} \text{ J} = 0,5994 \cdot 10^{-11} \text{ J}$$

$$E_w = 5,994 \cdot 10^{-12} \text{ J} = 59,94 \cdot 10^{-13} \text{ J} \approx 37 \cdot 10^6 \text{ eV} \approx 37 \text{ MeV}$$

Zadanie 13. (0–1)

Zasady oceniania

- 1 pkt – poprawna odpowiedź.
- 0 pkt – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź

C