Arkusze do pobrania: Arkuszmaturalny.pl

Książki do matury: Sklepmaturalny.pl

CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

| | |
|---|---|
| *Rodzaj dokumentu:* | **Zasady oceniania rozwiązań zadań** |
| *Egzamin:* | **Egzamin maturalny** |
| *Przedmiot:* | **Fizyka** |
| *Poziom:* | **Poziom rozszerzony** |
| *Formy arkusza:* | EFAP-R0-100-2205, EFAP-R0-200-2205<br>EFAP-R0-300-2205, EFAP-R0-700-2205 |
| *Termin egzaminu:* | 19 maja 2022 r. |
| *Data publikacji dokumentu:* | 28 czerwca 2022 r. |

*Uwaga: Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.*

Gdy wymaganie dotyczy materiału gimnazjum, dopisano (G), a gdy zakresu podstawowego IV etapu edukacyjnego – dopisano (P).

## Zadanie 1.1. (0–1)

| **Wymagania egzaminacyjne 2022**[1] | |
|---|---|
| **Wymagania ogólne** | **Wymagania szczegółowe** |
| III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, […] wykresów […].<br><br>I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie. | Zdający:<br>1.3) oblicza prędkości względne dla ruchów wzdłuż prostej;<br>1.5) […] interpretuje wykresy zależności parametrów ruchu od czasu. |

### Zasady oceniania

1 pkt – wpisanie prawidłowej wartości prędkości względnej ciał A i B.
0 pkt – brak spełnienia powyższego kryterium.

### Poprawna odpowiedź

Prędkość względna ciał A i B w chwili $t = 25\ \text{s}$ ma wartość ..10.. $\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

## Zadanie 1.2. (0–2)

| **Wymagania egzaminacyjne 2022** | |
|---|---|
| **Wymagania ogólne** | **Wymagania szczegółowe** |
| III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, […] wykresów […].<br><br>I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie. | Zdający:<br>1.5) […] interpretuje wykresy zależności parametrów ruchu od czasu;<br>1.8) wyjaśnia ruch ciał na podstawie drugiej zasady dynamiki Newtona. |

[1] Załącznik nr 2 do rozporządzenia Ministra Edukacji Narodowej z dnia 20 marca 2020 r. w sprawie szczególnych rozwiązań w okresie czasowego ograniczenia funkcjonowania jednostek systemu oświaty w związku z zapobieganiem, przeciwdziałaniem i zwalczaniem COVID-19 (Dz.U. poz. 493, z późn. zm.).

Arkusze do pobrania: Arkuszmaturalny.pl
Książki do matury: Sklepmaturalny.pl

**Zasady oceniania**

2 pkt – poprawna metoda obliczenia wartości siły wypadkowej **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką (akceptuje się podanie rozwiązania w postaci ujemnej współrzędnej przyśpieszenia oraz siły).

1 pkt – zapisanie równania drugiej zasady dynamiki **oraz** zapisanie związku między przyśpieszeniem a zmianą prędkości i czasem, w którym ta zmiana nastąpiła
*LUB*
– poprawna metoda obliczenia wartości przyśpieszenia (zastosowanie związku miedzy przyśpieszeniem a zmianą prędkości i czasem, w którym ta zmiana nastąpiła, **oraz** poprawne odczytanie z wykresu zmiany prędkości w zadanym czasie) **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką
*LUB*
– skorzystanie z drugiej zasady dynamiki **oraz** niepoprawne obliczenie przyśpieszenia **oraz** konsekwentne doprowadzenie rozwiązania do końca i podanie wyniku z jednostką.

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

**Przykładowe rozwiązanie**

Do obliczenia siły wypadkowej skorzystamy z drugiej zasady dynamiki. Wartość siły wypadkowej działającej na ciało A w chwili $t = 35\ \text{s}$ wyraża się wzorem:

$$F_A = m_A a_A$$

gdzie $a_A$ jest wartością przyśpieszenia (opóźnienia) ciała A w ruchu jednostajnie opóźnionym od $30\ \text{s}$ do $45\ \text{s}$ ruchu. Wartość przyśpieszenia obliczymy na podstawie danych odczytanych z wykresu:

$$a_A = \frac{|\Delta v_A|}{\Delta t}$$

$$a_A = \frac{\left|5\ \frac{\text{m}}{\text{s}} - 20\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right|}{45\ \text{s} - 30\ \text{s}} = 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Obliczymy wartość siły wypadkowej:

$$F_A = 12\ \text{kg} \cdot 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 12\ \text{N}$$

**Zadanie 1.3. (0–3)**

| **Wymagania egzaminacyjne 2022** | |
|---|---|
| **Wymagania ogólne** | **Wymagania szczegółowe** |
| I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.<br><br>IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk. | Zdający:<br>1.4) wykorzystuje związki pomiędzy położeniem, prędkością i przyspieszeniem w ruchu jednostajnym i jednostajnie zmiennym do obliczania parametrów ruchu;<br>1.5) […] interpretuje wykresy zależności parametrów ruchu od czasu. |

Arkusze do pobrania: Arkuszmaturalny.pl
Książki do matury: Sklepmaturalny.pl

**Zasady oceniania** (dla rozwiązań sposobami 1. lub 2.)

3 pkt – poprawna metoda obliczenia różnicy dróg przebytych przez oba ciała **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką.

2 pkt – poprawne zapisanie odległości pomiędzy ciałami jako różnicy dróg, jakie przebyły oba ciała w czasie $45\ \mathrm{s}$ **oraz** zapisanie prawidłowych wzorów na drogi całkowite przebyte przez oba ciała, tzn.: (1) prawidłowe zastosowanie wzoru na drogę w ruchu jednostajnym prostoliniowym **oraz** (2) prawidłowe zastosowanie wzoru na drogę w ruchu jednostajnie opóźnionym z wyeliminowanym przyśpieszeniem (np. bezpośrednie zastosowanie metody pola pod wykresem lub metody prędkości średniej), np. zapisy:

$$d = s_A - s_B \quad \text{oraz} \quad s_A = v_A t_{A1} + \frac{1}{2}(v_A + v_{Ak}) t_{A2}$$

$$\text{oraz } s_B = \frac{1}{2}(v_{Bp} + v_B) t_{B1} + v_B t_{B2} + \frac{1}{2} v_B t_{B3}$$

*LUB*

– poprawne zapisanie odległości pomiędzy ciałami jako różnicy dróg, jakie przebyły oba ciała w czasie $45\ \mathrm{s}$ **oraz** zapisanie prawidłowych wzorów na drogi całkowite przebyte przez oba ciała, tzn.: (1) prawidłowe zastosowanie wzoru na drogę w ruchu jednostajnym prostoliniowym **oraz** (2) prawidłowe zastosowanie wzoru na drogę w ruchu jednostajnie opóźnionym zawierającego przyśpieszenie **oraz** (3) poprawne obliczenie wartości przyśpieszenia w ruchu jednego z ciał, np. zapisy:

$$d = s_A - s_B \quad \text{oraz} \quad s_A = v_A t_{A1} + \left(v_A t_{A2} - \frac{1}{2} a_A t_{A2}^2\right)$$

$$\text{oraz} \quad a_A = \frac{|5 - 20|}{45 - 30} \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 1 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

$$\text{oraz } s_B = \left(v_{Bp} t_{B1} - \frac{1}{2} a_{B1} t_{B1}^2\right) + v_B t_{B2} + \frac{1}{2} a_{B3} t_{B3}^2$$

*LUB*

– poprawne zapisanie odległości pomiędzy ciałami jako różnicy dróg, jakie przebyły oba ciała w czasie $45\ \mathrm{s}$ **oraz** poprawne obliczenie dróg przebytych w czterech (z pięciu) etapach ruchu ciał A i B.

*LUB*

– poprawnie obliczone obie drogi (bez zapisania wzoru na różnicę dróg), wyniki podane z jednostkami.

1 pkt – zapisanie odległości pomiędzy ciałami jako różnicy dróg, jakie przebyły oba ciała w czasie $45\ \mathrm{s}$ **oraz** zapisanie prawidłowego wzoru na drogę całkowitą przebytą przez jedno z ciał, tzn.: (1) prawidłowe zastosowanie wzoru na drogę w ruchu jednostajnym prostoliniowym **oraz** (2) prawidłowe zastosowanie wzoru na drogę w ruchu jednostajnie opóźnionym mogącego zawierać przyśpieszenie lub z wyeliminowanym przyśpieszeniem (np. bezpośrednie zastosowanie metody pola pod wykresem lub metody prędkości średniej), np. zapisy:

$$d = s_A - s_B \quad \text{oraz} \quad s_A = v_A t_1 + \left(v_A t_2 - \frac{1}{2} a_A t_2^2\right) \quad \text{(wzór z przyśpieszeniem)}$$

*LUB*

$$d = s_A - s_B \quad \text{oraz}$$

Arkusze do pobrania: Arkuszmaturalny.pl
Książki do matury: Sklepmaturalny.pl

$s_A = \left(20 \cdot 30 + \frac{1}{2} \cdot (20 + 5) \cdot 15\right)$ m (wzór z wyeliminowanym przyśpieszeniem)

*LUB*

– zapisanie odległości pomiędzy ciałami jako różnicy dróg, jakie przebyły oba ciała w czasie $45$ s **oraz** poprawne obliczenie dwóch dróg, jakie przebyły ciała podczas etapów ruchu jednostajnego **oraz** poprawne obliczenie co najmniej jednego przyśpieszenia (w ruchu przyśpieszonym ciała A albo B)

*LUB*

– poprawna metoda obliczania obydwu całych dróg **oraz** brak wzoru na różnicę dróg

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

**Uwagi dodatkowe**

1. Akceptowalne są zapisy na symbolach lub z wartościami liczbowymi, równoważne wyszczególnionym w zasadach oceniania.
2. Wzory na drogę całkowitą przebytą przez dane ciało muszą uwzględniać rozróżnienie czasów dla etapu ruchu jednostajnego i etapu ruchu opóźnionego.

**Zasady oceniania** (dla rozwiązań sposobem 3.)

3 pkt – poprawna metoda obliczenia różnicy dróg przebytych przez oba ciała **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką.

2 pkt – zapisanie odległości pomiędzy ciałami jako różnicy dróg, jakie przebyły oba ciała w czasie $45$ s **oraz** zapisanie poprawnego wyrażenia pozwalającego obliczyć pole pomiędzy wykresami prędkości od czasu.

1 pkt – zapisanie odległości pomiędzy ciałami jako różnicy dróg, jakie przebyły oba ciała w czasie $45$ s **oraz** zastosowanie metody polegającej na obliczeniu pola pomiędzy wykresami prędkości od czasu.

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

**Przykładowe rozwiązania**[2]

Sposób 1. (zastosowanie „metody pola” lub metody „prędkości średniej”)

Odległość pomiędzy ciałami A i B w chwili $t = 45$ s jest w tym przypadku równa różnicy dróg, jakie przebyły oba ciała w czasie od chwili $t = 0$ do chwili $t = 45$ s:

$$d = \Delta s = s_A - s_B$$

Każdą z dróg obliczymy metodą pola – pole pod wykresem prędkości od czasu, nad danym odcinkiem czasu, jest równe drodze, jaką przebyło ciało w tym czasie (przy uwzględnieniu jednostek):

$$s_A = 20\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 30\ \text{s} + \frac{1}{2} \cdot \left(20\ \frac{\text{m}}{\text{s}} + 5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \cdot 15\ \text{s} = 787{,}5\ \text{m}$$

$$s_B = \frac{1}{2} \cdot \left(20\ \frac{\text{m}}{\text{s}} + 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \cdot 15\ \text{s} + 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 15\ \text{s} + \frac{1}{2} \cdot 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 15\ \text{s} = 450\ \text{m}$$

[2] W przykładowych rozwiązaniach zadań otwartych zamieszczono dodatkowe komentarze, które nie podlegają ocenie. Podlegające ocenie zapisy w pracy zdającego są wyszczególnione w zasadach oceniania.

Arkusze do pobrania: Arkuszmaturalny.pl
Książki do matury: Sklepmaturalny.pl

Zatem:

$$d = 787{,}5\ \text{m} - 450\ \text{m} = 337{,}5\ \text{m}$$

Sposób 2. (zastosowanie wzorów na drogę z obliczeniem przyśpieszenia)

Odległość pomiędzy ciałami A i B w chwili $t = 45\ \text{s}$ jest w tym przypadku równa różnicy dróg, jakie przebyły oba ciała w czasie od chwili $t = 0$ do chwili $t = 45\ \text{s}$:

$$d = \Delta s = s_A - s_B$$

Do obliczenia każdej z dróg zastosujemy wzór na drogę w ruchu jednostajnym oraz wzór na drogę w ruchu jednostajnie opóźnionym, oraz wzór na przyśpieszenie. Obliczymy drogę przebytą przez ciało A:

$$s_A = v_A t_{A1} + \left(v_A t_{A2} - \frac{1}{2} a_A t_{A2}^2\right)$$

$$a_A = \frac{|5\ -20\ |}{45\ -30}\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Zatem:

$$s_A = 20\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 30\ \text{s} + \left(20\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 15\ \text{s} - \frac{1}{2} \cdot 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 15^2\ \text{s}^2\right) = 787{,}5\ \text{m}$$

Podobnie obliczymy drogę przebytą przez ciało B:

$$s_B = \left(v_{Bp} t_{B1} - \frac{1}{2} a_{B1} t_{B1}^2\right) + v_B t_{B2} + \frac{1}{2} a_{B3} t_{B3}^2$$

$$a_{B1} = \frac{|10\ -20\ |}{15\ -0}\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \frac{2}{3}\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \qquad a_{B3} = \frac{|0\ -10\ |}{45\ -30}\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \frac{2}{3}\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = a_{B1}$$

$$s_B = \left(20\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 15\ \text{s} - \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 15^2\ \text{s}^2\right) + 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 15\ \text{s} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 15^2\ \text{s}^2$$

$$s_B = 450\ \text{m}$$

Zatem:

$$d = 787{,}5\ \text{m} - 450\ \text{m} = 337{,}5\ \text{m}$$

Sposób 3. (obliczenie pola pomiędzy wykresami)

Odległość pomiędzy ciałami A i B w chwili $t = 45\ \text{s}$ jest w tym przypadku równa różnicy dróg, jakie przebyły oba ciała w czasie od chwili $t = 0$ do chwili $t = 45\ \text{s}$:

$$d = \Delta s = s_A - s_B$$

Pole pod wykresem prędkości od czasu, nad danym odcinkiem czasu, jest równe drodze, jaką przebyło ciało w tym czasie. Zatem różnica dróg będzie równa polu pomiędzy wykresami (przy uwzględnieniu jednostek):

$$d = \Delta s = \frac{1}{2} \cdot 15\ \text{s} \cdot 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}} + 15\ \text{s} \cdot 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}} + \frac{1}{2} \cdot \left(10\ \frac{\text{m}}{\text{s}} + 5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \cdot 15\ \text{s}$$

$$d = 337{,}5\ \text{m}$$

Arkusze do pobrania: Arkuszmaturalny.pl
Książki do matury: Sklepmaturalny.pl

Arkusze do pobrania: Arkuszmaturalny.pl

Książki do matury: Sklepmaturalny.pl

## Zadanie 2. (0–2)

| Wymagania egzaminacyjne 2022 | |
|---|---|
| **Wymagania ogólne** | **Wymagania szczegółowe** |
| III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, […] schematów i rysunków.<br><br>I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie. | Zdający:<br>1.1) […] wykonuje działania na wektorach (dodawanie, odejmowanie, rozkładanie na składowe);<br>1.9) stosuje trzecią zasadę dynamiki Newtona do opisu zachowania się ciał.<br>1.4) (G) opisuje zachowanie się ciał na podstawie pierwszej zasady dynamiki Newtona;<br>1.9) (G) posługuje się pojęciem siły ciężkości. |

### Zasady oceniania

2 pkt – poprawne narysowanie siły ciężkości $\vec{F}_3$ zaczepionej w punkcie $P$ **oraz** siły $\vec{F}_4$ reakcji książki działającej na zeszyt, zaczepionej w punkcie $Q$, tzn. uwzględnienie na rysunkach prawidłowych kierunków sił, zwrotów sił **oraz** wartości sił, wynikających z dodawania wektorów i zasad dynamiki.

1 pkt – poprawne narysowanie siły ciężkości $\vec{F}_3$ zaczepionej w punkcie $P$, tzn. uwzględnienie na rysunku prawidłowego kierunku siły, zwrotu siły, **oraz** wartości siły wynikającej z dodawania wektorów i zasad dynamiki

*LUB*

– poprawne narysowanie siły $\vec{F}_4$ reakcji książki działającej na zeszyt, zaczepionej w punkcie $Q$, tzn. uwzględnienie na rysunku prawidłowego kierunku siły, zwrotu siły, **oraz** wartości siły wynikającej z dodawania wektorów i zasad dynamiki.

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

### Poprawne rozwiązanie

*Rozwiązanie zadania na diagramach 2. i 3. oznaczono kolorem pomarańczowym.*

Diagram 2.

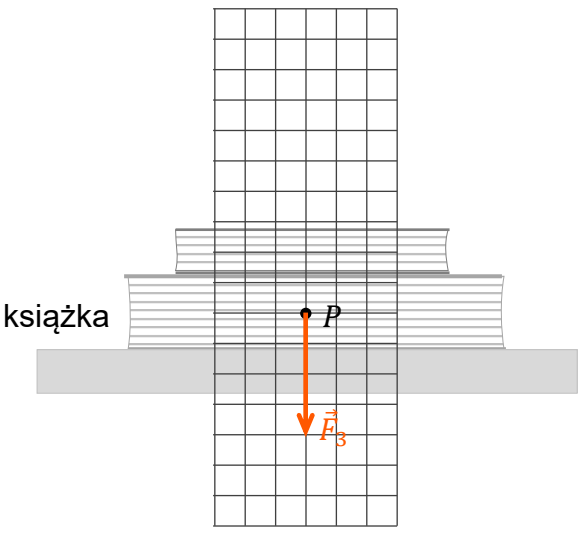
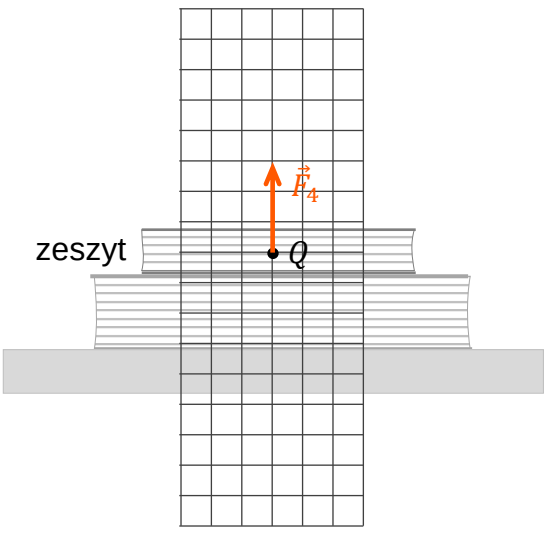



Diagram 3.



## Zadanie 3. (0–2)

| Wymagania egzaminacyjne 2022 | |
|---|---|
| **Wymagania ogólne** | **Wymagania szczegółowe** |
| III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, […] schematów i rysunków.<br><br>IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk. | Zdający:<br>2.3) analizuje równowagę brył sztywnych, w przypadku gdy siły leżą w jednej płaszczyźnie (równowaga sił i momentów sił);<br>2.4) wyznacza położenie środka masy. |

**Zasady oceniania**

2 pkt – poprawna konstrukcja i poprawne uzasadnienie odwołujące się do:
(1) własności jednorodnej bryły sztywnej polegającej na tym, że jej środek masy leży na osi symetrii
**oraz**
(2) warunku równowagi bryły sztywnej polegającego na tym, że moment siły grawitacji musi być równy zero.

1 pkt – poprawna konstrukcja **oraz** narysowanie i oznaczenie punktu $S$ **oraz** brak uzasadnienia lub niepełne uzasadnienie.

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

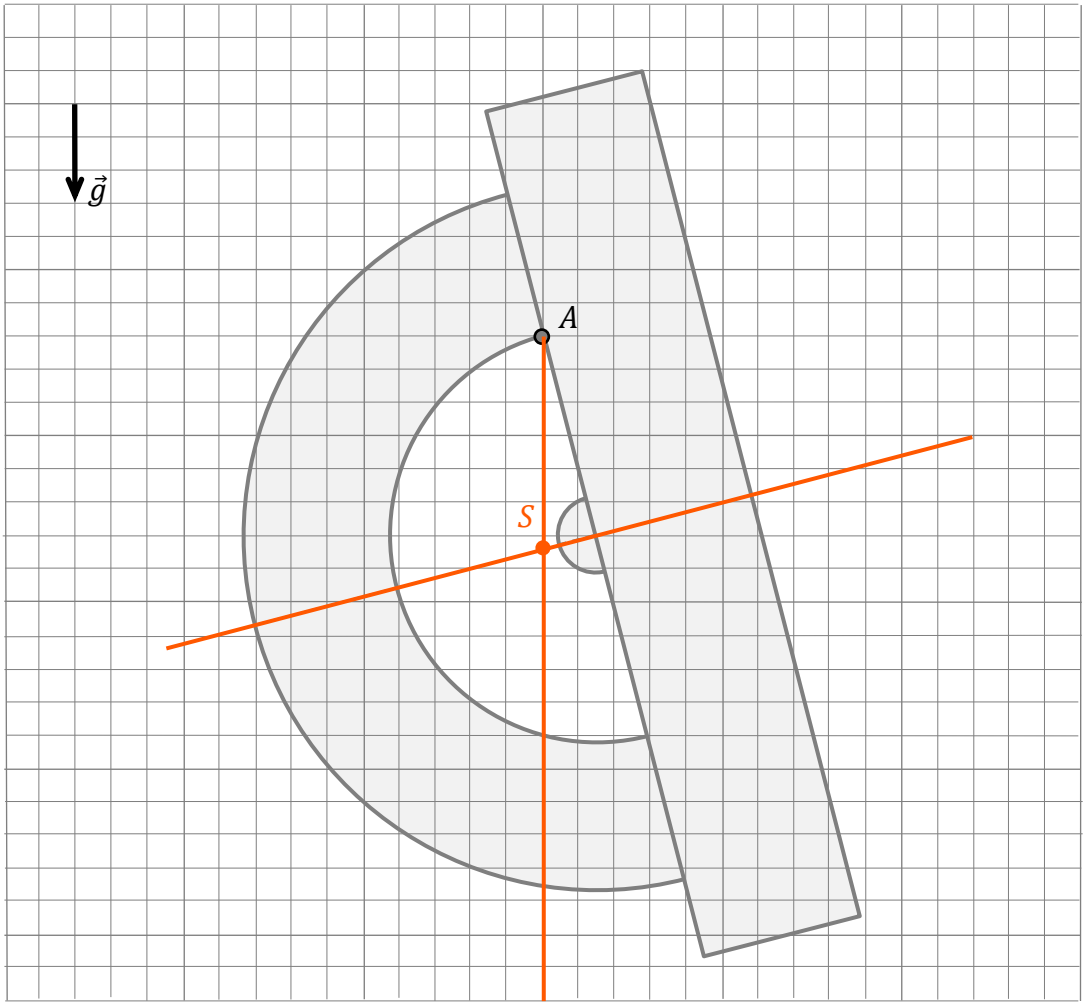
**Uwagi dodatkowe**

1. Przykładowe minimalne, akceptowalne uzasadnienia muszą odwoływać się do faktu, że punkt $S$ leży na osi symetrii oraz faktu, że moment siły grawitacji jest równy zero albo równoważnie, że ramię siły grawitacji jest równoległe do siły grawitacji:
   *$S$ leży na osi symetrii, a moment siły grawitacji jest równy zero.*
   *$S$ leży na osi symetrii, a ramię siły grawitacji jest równoległe do niej.*
2. Uzasadnienie może pomijać zerowy moment siły reakcji w punkcie zaczepienia $A$.
3. Należy uznać jako równoważne do drugiego zdania uzasadnienia (o zerowym momencie siły grawitacji) stwierdzenie:
   *Układ jest w stanie równowagi, gdy jego energia potencjalna osiąga minimum.*

Arkusze do pobrania: Arkuszmaturalny.pl
Książki do matury: Sklepmaturalny.pl

**Poprawne rozwiązanie**

*Konstrukcję na rysunku oznaczono kolorem pomarańczowym.*




*Przykładowe uzasadnienie*

1. Narysowano oś symetrii kątomierza, ponieważ punkt $S$ środka masy leży zawsze na osi symetrii jednorodnej bryły sztywnej.
2. Bryła jest w równowadze, gdy wypadkowy moment siły działający na tę bryła jest równy zero. Moment siły grawitacji względem punktu $A$, działający na całą bryłę, jest równy momentowi siły grawitacji zaczepionej w punkcie $S$ środka masy. Moment siły grawitacji jest równy zero, gdy ramię $\overrightarrow{AS}$ siły grawitacji jest równoległe do siły grawitacji $\vec{F}_g$:

$$\vec{F}_g \parallel \overrightarrow{AS}$$

W związku z powyższym narysowano pionową linię przechodzącą przez $A$.

(Na bryłę działa ponadto siła reakcji w punkcie zaczepienia. Ramię siły reakcji w punkcie zaczepienia jest równe zero, zatem moment tej siły również jest równy zero.)

Arkusze do pobrania: Arkuszmaturalny.pl
Książki do matury: Sklepmaturalny.pl

Arkusze do pobrania: Arkuszmaturalny.pl

Książki do matury: Sklepmaturalny.pl

## Zadanie 4.1. (0–1)

| Wymagania egzaminacyjne 2022 | |
|---|---|
| **Wymaganie ogólne** | **Wymagania szczegółowe** |
| I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie. | Zdający:<br>1.8) wyjaśnia ruch ciał na podstawie drugiej zasady dynamiki Newtona.<br>1.12) (G) opisuje wpływ oporów ruchu na poruszające się ciała. |

**Zasady oceniania**

1 pkt – poprawna odpowiedź.

0 pkt – brak spełnienia powyższego kryterium.

**Poprawna odpowiedź**

B1

## Zadanie 4.2. (0–2)

| Wymagania egzaminacyjne 2022 | |
|---|---|
| **Wymaganie ogólne** | **Wymaganie szczegółowe** |
| III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, […]. | Zdający:<br>12.1) przedstawia jednostki wielkości fizycznych wymienionych w podstawie programowej, opisuje ich związki z jednostkami podstawowymi. |

**Zasady oceniania**

2 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia jednostki współczynnika $A$ za pomocą jednostek podstawowych układu SI **oraz** podanie prawidłowego wyniku w najprostszej postaci:

$$[A] = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}}$$

1 pkt – zapisanie jednostki współczynnika $A$ jako $\frac{\mathrm{N \cdot s}}{\mathrm{m^2}}$ lub równoważnie (np. $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}$).

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

**Przykładowe rozwiązanie**

$$[F_o] = [A] \cdot [R] \cdot [v]$$

$$[A] = \frac{[F_o]}{[R] \cdot [v]} \quad \rightarrow \quad [A] = \frac{1\ \mathrm{N}}{1\ \mathrm{m} \cdot 1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = \frac{\mathrm{N \cdot s}}{\mathrm{m^2}}$$

$$[A] = \frac{\mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}} \cdot \mathrm{s}}{\mathrm{m^2}} = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}}$$

Arkusze do pobrania: Arkuszmaturalny.pl

Książki do matury: Sklepmaturalny.pl

## Zadanie 4.3. (0–3)

| Wymagania egzaminacyjne 2022 | |
|---|---|
| **Wymagania ogólne** | **Wymagania szczegółowe** |
| IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk.<br><br>III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, […]. | Zdający:<br>1.4) (G) opisuje zachowanie się ciał na podstawie pierwszej zasady dynamiki Newtona;<br>1.12) (G) opisuje wpływ oporów ruchu na poruszające się ciała.<br>3.8) (G) analizuje i porównuje wartości sił wyporu dla ciał zanurzonych w cieczy lub gazie;<br>3.9) (G) wyjaśnia pływanie ciał na podstawie prawa Archimedesa.<br>1.8) wyjaśnia ruch ciał na podstawie drugiej zasady dynamiki Newtona. |

**Zasady oceniania**

3 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia wzoru na prędkość opadania **oraz** podanie prawidłowej postaci wzoru.

2 pkt – poprawne zapisanie warunku równowagi sił: grawitacji, oporu i wyporu, z uwzględnieniem prawidłowych zwrotów tych sił, **oraz** zastosowanie wzorów na wartości siły wyporu i siły grawitacji **oraz** zastosowanie związku między masą kulki a jej objętością i gęstością.

1 pkt – poprawne zapisanie równania I zasady dynamiki, tzn. zapisanie warunku równowagi sił: grawitacji, oporu i wyporu, z uwzględnieniem prawidłowych zwrotów tych sił, np. zapis: $F_o + F_w = F_g$.

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

**Przykładowe rozwiązanie**

Gdy kulka opada w cieczy ze stała prędkością $v_{max}$, to działające na nią siły: grawitacji, oporu i wyporu, równoważą się. Siła oporu jest przeciwnie skierowana do prędkości kulki, zatem:

$$F_o + F_w = F_g$$

Zastosujemy wzory na wartości siły oporu, siły wyporu i siły grawitacji.

$$ARv_{max} + \rho_c V_k g = mg$$

Zastosujemy wzór na objętość kuli, związek między masą kulki a jej gęstością i objętością, a następnie wykonamy odpowiednie przekształcenia.

$$ARv_{max} + \rho_c \frac{4}{3}\pi R^3 g = \rho_k \frac{4}{3}\pi R^3 g \quad \rightarrow \quad ARv_{max} = \frac{4}{3}\pi R^3 g\left(\rho_k - \rho_c\right)$$

$$v_{max} = \frac{4\pi}{3A} R^2 g(\rho_k - \rho_c)$$

## Zadanie 4.4. (0–2)

| Wymagania egzaminacyjne 2022 | |
|---|---|
| **Wymagania ogólne** | **Wymagania szczegółowe** |
| III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu […] i rysunków.<br><br>I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie. | Zdający:<br>1.1) rozróżnia wielkości wektorowe od skalarnych; wykonuje działania na wektorach (dodawanie, odejmowanie, rozkładanie na składowe).<br>3.6) (G) posługuje się pojęciem ciśnienia (w tym ciśnienia hydrostatycznego […]). |

**Zasady oceniania**

2 pkt – poprawne narysowanie wektorów trzech sił **oraz** poprawne zapisanie relacji pomiędzy wartościami wszystkich sił.

1 pkt – poprawne narysowanie dwóch sił (co do kierunków, zwrotów i relacji) **oraz** poprawne zapisanie relacji pomiędzy wartościami tych dwóch sił

*LUB*

– narysowanie wektorów trzech sił skierowanych do punktu $S$.

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

**Uwaga dodatkowa**

Zdający otrzymuje 0 pkt, gdy narysuje siły o błędnych kierunkach i zwrotach.

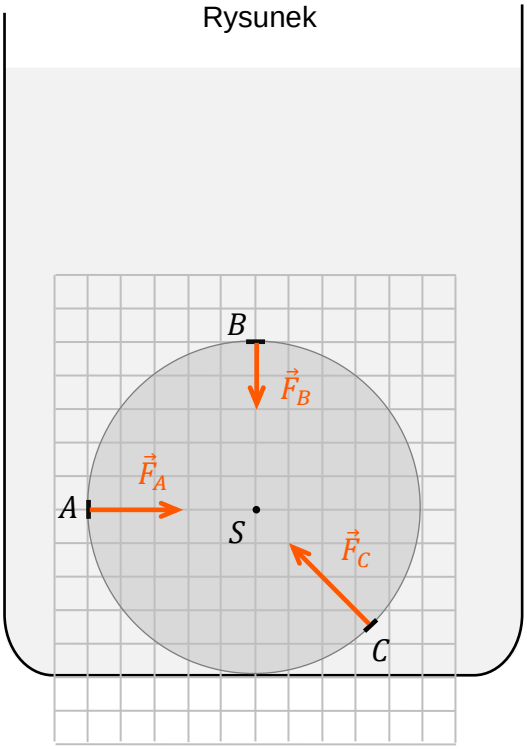
**Poprawne rozwiązanie**

$F_A$ .....>..... $F_B$

$F_A$ .....<..... $F_C$

$F_B$ .....<..... $F_C$

Rysunek




Arkusze do pobrania: Arkuszmaturalny.pl
Książki do matury: Sklepmaturalny.pl

Arkusze do pobrania: Arkuszmaturalny.pl

Książki do matury: Sklepmaturalny.pl

## Zadanie 5.1. (0–1)

| Wymagania egzaminacyjne 2022 | |
|---|---|
| **Wymagania ogólne** | **Wymagania szczegółowe** |
| III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, […] wykresów […].<br><br>I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie. | Zdający:<br>6.1) analizuje ruch pod wpływem sił sprężystych (harmonicznych) […];<br>6.4) interpretuje wykresy zależności położenia, prędkości i przyspieszenia od czasu w ruchu drgającym. |

**Zasady oceniania**

1 pkt – poprawna odpowiedź.
0 pkt – brak spełnienia powyższego kryterium.

**Poprawna odpowiedź**

1. **P** 2. **P**

## Zadanie 5.2. (0–2)

| Wymagania egzaminacyjne 2022 | |
|---|---|
| **Wymagania ogólne** | **Wymagania szczegółowe** |
| I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.<br><br>III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, […] wykresów […]. | Zdający:<br>6.1) analizuje ruch pod wpływem sił sprężystych (harmonicznych) […];<br>6.3) oblicza okres drgań ciężarka na sprężynie i wahadła matematycznego. |

**Zasady oceniania**

2 pkt – poprawna metoda obliczenia współczynnika sprężystości sprężyny **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $k \approx 9{,}24\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}^2}$ lub $k \approx 9{,}24\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$.
1 pkt – zapisanie związku między okresem $T$ drgań ciężarka zawieszonego na sprężynie a masą $m$ ciężarka i współczynnikiem $k$ sprężystości sprężyny **oraz** podanie wartości liczbowej okresu, określonej na podstawie wykresu.
0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

**Przykładowe rozwiązanie**

Wykorzystamy związek między okresem $T$ drgań ciężarka zawieszonego na sprężynie a masą $m$ ciężarka oraz współczynnikiem $k$ sprężystości sprężyny:

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{k}{m} \qquad \rightarrow \qquad k = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 m$$

Okres drgań ciężarka jest taki sam jak okres zmian siły sprężystości. Okres ten odczytamy z wykresu:

$$T = 0{,}8\ \text{s}$$

Obliczymy współczynnik sprężystości sprężyny:

$$k \approx \left(\frac{6{,}28}{0{,}8\ \text{s}}\right)^2 \cdot 0{,}15\ \text{kg} \quad \rightarrow \quad k \approx 9{,}24\ \frac{\text{kg}}{\text{s}^2}$$

## Zadanie 5.3. (0–4)

| Wymagania egzaminacyjne 2022 | |
|---|---|
| **Wymagania ogólne** | **Wymagania szczegółowe** |
| IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk.<br><br>III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, […] wykresów […]. | Zdający:<br>1.8) wyjaśnia ruch ciał na podstawie drugiej zasady dynamiki Newtona.<br>6.1) analizuje ruch pod wpływem sił sprężystych (harmonicznych) […];<br>6.4) interpretuje wykresy zależności położenia, prędkości i przyspieszenia od czasu w ruchu drgającym. |

**Zasady oceniania** (dla rozwiązań sposobem 1.)

4 pkt – poprawna metoda obliczenia amplitudy wychylenia ciężarka w ruchu drgającym **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką, zaokrąglonego do dwóch cyfr znaczących.

3 pkt – poprawna metoda wyznaczenia przyśpieszenia maksymalnego (tzn. zastosowanie drugiej zasady dynamiki z poprawnie wyznaczoną siłą wypadkową) i zapisanie tego przyśpieszenia w postaci: $a_{max} = 0{,}2g$ **oraz** zapisanie poprawnego związku między przyśpieszeniem maksymalnym a amplitudą wychylenia w ruchu drgającym **oraz** podanie wartości liczbowej okresu, określonej na podstawie wykresu, np. zapisy:

$a_{max} = 0{,}2g$ oraz $a_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 A$ oraz $T = 0{,}8\ s$

2 pkt – poprawna metoda wyznaczenia przyśpieszenia maksymalnego (tzn. zastosowanie drugiej zasady dynamiki z poprawnie wyznaczoną siłą wypadkową, np. zapis $ma_{max} = 0{,}2F_g$ ) i zapisanie tego przyśpieszenia w postaci:

$a_{max} = 0{,}2g$

*LUB*

– zapisanie drugiej zasady dynamiki z poprawnym uwzględnieniem siły sprężystości i siły grawitacji **oraz** zapisanie poprawnego związku między przyśpieszeniem maksymalnym $a_{max}$ a amplitudą $A$ wychylenia w ruchu drgającym, np. zapisy

$\left(ma = F_s - F_g \right.$ albo $\left. ma = F_g - F_s\right)$ oraz $a_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 A$

1 pkt – wyznaczenie i zapisanie maksymalnej siły wypadkowej działającej na ciężarek w postaci:

$F_{w\,max} = 0{,}2mg$ (akceptowalny zapis to: $F_{w\,max} = 0{,}2F_g$)

Arkusze do pobrania: Arkuszmaturalny.pl
Książki do matury: Sklepmaturalny.pl

*LUB*

– zapisanie drugiej zasady dynamiki (z poprawnym uwzględnieniem siły sprężystości i siły grawitacji) w postaci:

$ma_{max} = F_{s\,max} - F_g$ albo $ma_{max} = F_g - F_{s\,min}$

(akceptowalne zapisy to: $ma = F_s - F_g$ albo $ma = F_g - F_s$ )

*LUB*

– zapisanie poprawnego związku między przyśpieszeniem maksymalnym $a_{max}$ a amplitudą $A$ wychylenia w ruchu drgającym **oraz** podanie wartości liczbowej okresu, określonej na podstawie wykresu, np. zapisy

$a_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 A$ oraz $T = 0{,}8\ s$

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

**Zasady oceniania** (dla rozwiązań sposobami 2. lub 3.)

4 pkt – poprawna metoda obliczenia amplitudy wychylenia ciężarka w ruchu drgającym **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką, zaokrąglonego do dwóch cyfr znaczących.

3 pkt – poprawne wyprowadzenie i zapisanie równania $kA = 0{,}2mg$ **oraz** wykorzystanie do obliczeń wartości wcześniej obliczonego $k$

$\left(kA = 0{,}2mg \text{ oraz } k \approx 9{,}2\ \frac{\text{N}}{\text{m}}\right)$ albo $\left(A = \frac{0{,}2mg}{k} \approx [\text{wynik dla błędnego } k]\right)$

*LUB*

– poprawne wyprowadzenie i zapisanie równania $kA + mg = 1{,}2mg$ (lub równoważnego) **oraz** wykorzystanie do obliczeń wartości wcześniej obliczonego $k$

$\left(\frac{kA + mg}{mg} = 1{,}2 \text{ oraz } k \approx 9{,}2\ \frac{\text{N}}{\text{m}}\right)$ albo

$\left(A = \frac{0{,}2mg}{k} \approx [\text{wynik dla błędnego } k]\right)$

*LUB*

– zapisanie wzorów na maksymalne i minimalne wydłużenie sprężyny od długości swobodnej **oraz** zapisanie związku między tymi wydłużeniami a amplitudą **oraz** związków między ekstremalnymi wartościami siły sprężystości a siłą grawitacji:

$F_{s\,max} = kx_{max}$ oraz $F_{s\,min} = kx_{min}$ oraz

$x_{max} - x_{min} = 2A$ oraz $F_{s\,max} = 1{,}2mg$ oraz $F_{s\,min} = 0{,}8mg$

2 pkt – wyznaczenie i zapisanie maksymalnej siły wypadkowej działającej na ciężarek w postaci $F_{w\,max} = 0{,}2F_g$ **oraz** zapisanie siły wypadkowej za pomocą wzoru na siłę harmoniczną (z użyciem amplitudy drgań)

$F_{w\,max} = 0{,}2F_g$ oraz $F_{w\,max} = kA$

*LUB*

– poprawne zapisanie wzoru na maksymalną siłę sprężystości **oraz** wykorzystanie ilorazu maksymalnej siły sprężystości i siły grawitacji **oraz** warunku równowagi siły grawitacji i siły sprężystości w położeniu równowagi:

$F_{s\,max} = k(A + x_0)$ oraz $\frac{F_{s\,max}}{F_g} = 1{,}2$ oraz $mg = kx_0$

*LUB*

Arkusze do pobrania: Arkuszmaturalny.pl
Książki do matury: Sklepmaturalny.pl

– zapisanie wzorów na maksymalne i minimalne wydłużenie sprężyny od długości swobodnej **oraz** zapisanie związku między tymi wydłużeniami a amplitudą (albo związków między ekstremalnymi wartościami siły sprężystości a siłą grawitacji):
$(F_{s\,max} = kx_{max}$ oraz $F_{s\,min} = kx_{min})$ oraz
$(x_{max} - x_{min} = 2A$ albo $(F_{s\,max} = 1{,}2mg$ oraz $F_{s\,min} = 0{,}8mg))$

1 pkt – wyznaczenie i zapisanie maksymalnej siły wypadkowej działającej na ciężarek w postaci:

$F_{w\,max} = 0{,}2mg$ (akceptowalny zapis to: $F_{w\,max} = 0{,}2F_g$)

*LUB*

– zapisanie, że maksymalna siła wypadkowa ma charakter siły harmonicznej **oraz** określenie maksymalnej siły wypadkowej jako różnicy maksymalnej siły sprężystości i siły grawitacji:

$F_{w\,max} = kA$ oraz $F_{w\,max} = F_{s\,max} - F_g$

*LUB*

– poprawne zapisanie wzoru na maksymalną siłę sprężystości **oraz** wykorzystanie ilorazu maksymalnej siły sprężystości i siły grawitacji:

$F_{s\,max} = k(A + x_0)$ oraz $\frac{F_{s\,max}}{F_g} = 1{,}2$

*LUB*

– zapisanie wzorów na maksymalne i minimalne wydłużenie sprężyny od długości swobodnej:

$F_{s\,max} = kx_{max}$ oraz $F_{s\,min} = kx_{min}$

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

**Przykładowe rozwiązania**

Sposób 1.

W celu obliczenia amplitudy $A$ drgań ciężarka skorzystamy ze związku między przyśpieszeniem maksymalnym $a_{max}$ a amplitudą $A$ wychylenia w ruchu drgającym:

$$a_{max} = A\omega^2$$

$$A = \frac{a_{max}}{\omega^2} = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 a_{max} \qquad \text{gdzie} \qquad T = 0{,}8\ \text{s}$$

Przyśpieszenie maksymalne jest osiągane podczas ruchu drgającego w skrajnych położeniach, gdy wartość siły wypadkowej jest maksymalna:

$$ma_{max} = F_{w\,max}$$

W skrajnych położeniach siła sprężystości przyjmuje największą lub najmniejszą wartość. Zapiszemy drugą zasadę dynamiki dla przypadku, gdy siła sprężystości ma największą wartość. Uwzględnimy fakt, że siła sprężystości ma zwrot przeciwny do siły grawitacji:

$$ma_{max} = F_{s\,max} - F_g$$

Z wykresu odczytujemy, że:

$$F_{s\,max} = 1{,}2F_g \qquad \text{czyli} \qquad F_{w\,max} = 1{,}2F_g - F_g = 0{,}2F_g$$

Arkusze do pobrania: Arkuszmaturalny.pl
Książki do matury: Sklepmaturalny.pl

Na podstawie powyższych związków wyznaczymy $a_{max}$:

$$ma_{max} = 0{,}2F_g$$
$$ma_{max} = 0{,}2mg$$
$$a_{max} = 0{,}2g$$

Powyższy związek podstawimy do wzoru na amplitudę, podstawimy dane liczbowe i wykonamy obliczenia:

$$A = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \cdot 0{,}2g$$
$$A \approx \left(\frac{0{,}8\ \mathrm{s}}{6{,}28}\right)^2 \cdot 0{,}2 \cdot 9{,}8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \quad \rightarrow \quad A \approx 0{,}032\ \mathrm{m} \quad \rightarrow \quad A \approx 3{,}2\ \mathrm{cm}$$

Sposób 2. (z wykorzystaniem obliczonego $k$)

W skrajnych położeniach siła sprężystości przyjmuje największą lub najmniejszą wartość. Określimy siłę wypadkową w przypadku, gdy siła sprężystości ma największą wartość. Uwzględnimy fakt, że siła sprężystości ma zwrot przeciwny do siły grawitacji:

$$F_{w\,max} = F_{s\,max} - F_g$$

Z wykresu odczytujemy, że:

$$F_{s\,max} = 1{,}2F_g \qquad \text{czyli} \qquad F_{w\,max} = 1{,}2F_g - F_g = 0{,}2F_g$$

Z drugiej strony, siła wypadkowa ma charakter siły harmonicznej (dla drgań wokół położenia równowagi), a zatem:

$$F_{w\,max} = kA$$

gdzie $A$ jest amplitudą drgań. Z powyższych wynika, że:

$$kA = 0{,}2F_g \quad \rightarrow \quad A = \frac{0{,}2mg}{k} \approx \frac{\left(0{,}2 \cdot 0{,}15\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}8\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}\right)}{9{,}24\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}} \approx 0{,}032 = 3{,}2\ \mathrm{cm}$$

Sposób 3. (z wykorzystaniem obliczonego $k$)

Oznaczymy jako $x_0$ wydłużenie sprężyny od długości swobodnej do położenia równowagi (siły sprężystości i siły grawitacji). Wtedy:

$$1)\ \ kx_0 = mg$$

Wykorzystamy iloraz maksymalnej siły sprężystości i siły grawitacji. Wykorzystamy fakt, że maksymalne wydłużenie sprężyny wynosi $x = x_0 + A$:

$$2)\ \ \frac{F_{s\,max}}{F_g} = 1{,}2 \quad \rightarrow \quad 3)\ \ \frac{k(x_0 + A)}{mg} = 1{,}2 \quad \rightarrow \quad 4)\ \ \frac{kx_0 + kA}{mg} = 1{,}2$$

Do wzoru 4) podstawimy 1):

$$5)\ \ \frac{mg + kA}{mg} = 1{,}2 \quad \rightarrow \quad 6)\ \ 1 + \frac{kA}{mg} = 1{,}2 \quad \rightarrow \quad 7)\ \ \frac{kA}{mg} = 0{,}2$$

Ze wzoru 7) wyznaczymy $A$:

$$A = \frac{0{,}2mg}{k} \approx \frac{\left(0{,}2 \cdot 0{,}15\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}8\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}\right)}{9{,}24\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}} \approx 0{,}032 = 3{,}2\ \mathrm{cm}$$

Arkusze do pobrania: Arkuszmaturalny.pl
Książki do matury: Sklepmaturalny.pl

Arkusze do pobrania: Arkuszmaturalny.pl

Książki do matury: Sklepmaturalny.pl

## Zadanie 6.1. (0–1)

| Wymagania egzaminacyjne 2022 | |
|---|---|
| **Wymagania ogólne** | **Wymagania szczegółowe** |
| III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, […] wykresów […].<br><br>I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie. | Zdający:<br>5.2) opisuje przemianę […] izobaryczną i izochoryczną;<br>5.3) interpretuje wykresy ilustrujące przemiany gazu doskonałego;<br>5.6) oblicza […] pracę wykonaną w przemianie izobarycznej. |

**Zasady oceniania**

1 pkt – wpisanie prawidłowej wartości ilorazu prac siły parcia.
0 pkt – brak spełnienia powyższego kryterium.

**Poprawna odpowiedź**

Iloraz $\frac{W_1}{W_2}$ – pracy wykonanej przez siłę parcia gazu w ciągu przemian $X \to Y \to Z$ i pracy wykonanej przez siłę parcia gazu w ciągu przemian $X \to W \to Z$ – jest równy $\frac{3}{2}$.

## Zadanie 6.2. (0–1)

| Wymagania egzaminacyjne 2022 | |
|---|---|
| **Wymagania ogólne** | **Wymagania szczegółowe** |
| I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.<br><br>III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, […] wykresów […]. | Zdający:<br>5.2) opisuje przemianę […] izobaryczną i izochoryczną;<br>5.3) interpretuje wykresy ilustrujące przemiany gazu doskonałego;<br>5.6) oblicza zmianę energii wewnętrznej w przemianach izobarycznej i izochorycznej […]. |

**Zasady oceniania**

1 pkt – poprawna odpowiedź.
0 pkt – brak spełnienia powyższego kryterium.

**Poprawna odpowiedź**

C1

## Zadanie 6.3. (0–3)

| Wymagania egzaminacyjne 2022 | |
|---|---|
| **Wymagania ogólne** | **Wymagania szczegółowe** |
| IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk.<br><br>III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, […] wykresów […]. | Zdający:<br>5.3) interpretuje wykresy ilustrujące przemiany gazu doskonałego;<br>5.5) stosuje pierwszą zasadę termodynamiki […];<br>5.7) posługuje się pojęciem ciepła molowego w przemianach gazowych. |

**Zasady oceniania** (dla rozwiązań sposobem 1.)

3 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia wzoru na ciepło pobrane w przemianach $X \to Y \to Z$ **oraz** podanie prawidłowej postaci wzoru, wyrażonego tylko za pomocą wielkości: $p_1$, $V_1$, $C_V$, $R$.

2 pkt – spełnienie warunków opisanych w kryterium za 1 pkt **oraz** skorzystanie z równania stanu gazu dla przemiany izochorycznej $X \to Y$ i dla przemian izobarycznej $Y \to Z$ **oraz** poprawne wyznaczenie przyrostów temperatur w jednej z przemian, np. zapisy (lub zapisy równoważne, ponad zapisy za 1 pkt):

$$nR(T_Y - T_X) = (3p_1 - 2p_1)V_1 \quad \text{lub} \quad nR(T_Z - T_Y) = 3p_1(3V_1 - V_1)$$

1 pkt – zapisanie ciepła pobranego w przemianach $X \to Y \to Z$ jako sumy ciepeł pobranych w przemianie izochorycznej $X \to Y$ i w przemianie izobarycznej $Y \to Z$ **oraz** zapisanie wyrażeń określających związek ciepeł pobranych w obu tych przemianach z przyrostami temperatur w tych przemianach, np. zapis (lub zapisy równoważne):

$$|Q_{XYZ}| = nC_V|\Delta T_{XY}| + nC_p|\Delta T_{YZ}|$$

*LUB*

– zapisanie ciepła pobranego w przemianach $X \to Y \to Z$ jako sumy ciepeł pobranych w przemianie izochorycznej $X \to Y$ i w przemianie izobarycznej $Y \to Z$ **oraz** poprawne wyznaczenie przyrostów temperatur w jednej z przemian, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$Q_{XYZ} = Q_{XY} + Q_{YZ} \quad \text{oraz}$$
$$\left(nR(T_Y - T_X) = (3p_1 - 2p_1)V_1 \ \text{ lub } \ nR(T_Z - T_Y) = 3p_1(3V_1 - V_1)\right)$$

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

**Zasady oceniania** (dla rozwiązań sposobem 2.)

3 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia wzoru na ciepło pobrane w przemianach $X \to Y \to Z$ **oraz** podanie prawidłowej postaci wzoru, wyrażonego tylko za pomocą wielkości: $p_1$, $V_1$, $C_V$, $R$.

2 pkt – spełnienie warunków opisanych w obu kryteriach za 1 pkt (łącznie, tzn. wykorzystanie I zasady termodynamiki **oraz** wzoru z temperaturami na przyrost energii wewnętrznej **oraz** zapisanie wyrażenia na pracę) **oraz** wyznaczenie z równania stanu gazu temperatury gazu w stanie $X$ i temperatury gazu w stanie $Z$, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

Arkusze do pobrania: Arkuszmaturalny.pl
Książki do matury: Sklepmaturalny.pl

$T_X = \frac{2p_1V_1}{nR}$ oraz $T_Z = \frac{9p_1V_1}{nR}$ oraz spełnione oba kryteria za 1 pkt

1 pkt – poprawne zapisanie I zasady termodynamiki dla przemiany od stanu $X$ do stanu $Z$ **oraz** zapisanie wyrażenia określającego związek między przyrostem energii wewnętrznej od stanu $X$ do stanu $Z$ a przyrostem temperatury od stanu $X$ do stanu $Z$, np. zapis (lub zapisy równoważne):

$\Delta U_{XYZ} = |Q_{XYZ}| - |W_{XYZ}|$ oraz $\Delta U_{XYZ} = nC_V(T_Z - T_X)$

*LUB*

– poprawne zapisanie I zasady termodynamiki dla przemiany od stanu $X$ do stanu $Z$ **oraz** zapisanie wzoru pozwalającego wyznaczyć pracę siły parcia od stanu $X$ do stanu $Z$ za pomocą $p_1$ i $V_1$, np. zapis (lub zapisy równoważne):

$\Delta U_{XYZ} = |Q_{XYZ}| - |W_{XYZ}|$ oraz $|W_{XYZ}| = 6p_1V_1$

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

**Przykładowe rozwiązania**

Sposób 1. (wykorzystanie wzorów na ciepło w przemianach izochorycznej i izobarycznej)

Ciepło pobrane w ciągu przemian jest równe sumie ciepeł w przemianie izochorycznej $X \to Y$ oraz w przemianie izobarycznej $Y \to Z$:

$$|Q_{XYZ}| = |Q_{XY}| + |Q_{YZ}|$$

Do wyznaczenia ciepeł w obu przemianach wykorzystamy wzory wiążące ciepła z przyrostami temperatur:

$$|Q_{XYZ}| = nC_V|\Delta T_{XY}| + nC_p|\Delta T_{YZ}| \quad \text{gdzie} \quad C_p = C_V + R$$

Wyznaczymy przyrosty temperatur. Z równania stanu wyprowadzimy związki pomiędzy parametrami stanu na początku i końcu przemiany izochorycznej $X \to Y$ oraz na początku i końcu przemiany izobarycznej $Y \to Z$:

$$nRT = pV \xrightarrow{X\to Y,\ V=V_1} nR(T_Y - T_X) = (3p_1 - 2p_1)V_1 \to n|\Delta T_{XY}| = \frac{p_1V_1}{R}$$

$$nRT = pV \xrightarrow{Y\to Z,\ p=3p_1} nR(T_Z - T_Y) = 3p_1(3V_1 - V_1) \to n|\Delta T_{YZ}| = \frac{6p_1V_1}{R}$$

Otrzymane wyrażenia na przyrosty temperatur podstawimy do wzoru na ciepło, następnie wykonamy przekształcenia algebraiczne:

$$|Q_{XYZ}| = C_V\frac{p_1V_1}{R} + C_p\frac{6p_1V_1}{R}$$

$$|Q_{XYZ}| = C_V\frac{p_1V_1}{R} + (C_V + R)\frac{6p_1V_1}{R} = 7\cdot\frac{C_V}{R}\cdot p_1V_1 + 6p_1V_1 = p_1V_1\left(\frac{7C_V}{R} + 6\right)$$

Sposób 2. (wykorzystanie I zasady termodynamiki dla ciągu przemian $X \to Y \to Z$)

Zapiszemy I zasadę termodynamiki dla ciągu przemian $X \to Y \to Z$. Zastosujemy konwencję, w której energia tracona przez gaz (w formie ciepła lub pracy) ma znak ujemny. W przemianie tej gaz pobiera ciepło (zyskując część energii) i wykonuje pracę (tracąc część energii), zatem:

$$\Delta U_{XYZ} = |Q_{XYZ}| - |W_{XYZ}|$$

Arkusze do pobrania: Arkuszmaturalny.pl
Książki do matury: Sklepmaturalny.pl

Do wyznaczenia zmiany energii wewnętrznej między stanem $X$ i $Z$ wykorzystamy wzory wiążące energię wewnętrzną z temperaturą:

$$\Delta U_{XYZ} = U_Z - U_X = nC_V T_Z - nC_V T_X = nC_V(T_Z - T_X)$$

Do wyznaczenia temperatur w funkcji ciśnienia i objętości wykorzystamy równanie stanu gazu:

$$nRT_X = P_X V_X \quad \rightarrow \quad T_X = \frac{2p_1 V_1}{nR}$$

$$nRT_Z = P_Z V_Z \quad \rightarrow \quad T_Z = \frac{3p_1 \cdot 3V_1}{nR} = \frac{9p_1 V_1}{nR}$$

Praca w przemianie od stanu $X$ do stanu $Z$ jest wykonywana tylko w przemianie izobarycznej, zatem:

$$|W_{XYZ}| = p_{YZ}(V_Z - V_Y) = 3p_1(3V_1 - V_1) = 6p_1 V_1$$

Otrzymane powyżej wzory na: $W_{XYX}$, $T_X$, $T_Z$ , $\Delta U_{XYZ}$ podstawimy do równania I zasady termodynamiki:

$$nC_V\left(\frac{9p_1 V_1}{nR} - \frac{2p_1 V_1}{nR}\right) = |Q_{XYZ}| - 6p_1 V_1$$

Po przekształceniach otrzymamy wzór na ciepło pobrane w przemian $X \rightarrow Y \rightarrow Z$:

$$|Q_{XYZ}| = nC_V\left(\frac{9p_1 V_1}{nR} - \frac{2p_1 V_1}{nR}\right) + 6p_1 V_1 = \frac{7C_V}{R} p_1 V_1 + 6p_1 V_1$$

## Zadanie 7.1. (0–2)

| **Wymagania egzaminacyjne 2022** | |
|---|---|
| **Wymaganie ogólne** | **Wymaganie szczegółowe** |
| I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie. | Zdający:<br>4.8) oblicza okresy obiegu planet i ich średnie odległości od gwiazdy, wykorzystując III prawo Keplera dla orbit kołowych. |

**Zasady oceniania**

2 pkt – poprawna metoda obliczenia okresu obiegu dookoła Słońca sondy B **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką:

$T_B \approx (388 \pm 1)$ dób ziemskich $\approx (1{,}06 \pm 0{,}01)$ lat ziemskich $\approx 33\,500\,000$ s

1 pkt – zapisanie równania III prawa Keplera (dla sond A i B lub dla sondy B i Ziemi) z poprawnie podstawionymi danymi liczbowymi, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$\frac{(344\text{ doby})^2}{(0{,}962\text{ au})^3} = \frac{T_B^2}{(1{,}043\text{ au})^3} \quad \text{albo} \quad \frac{(1\text{ rok ziemski})^2}{(1\text{ au})^3} = \frac{T_B^2}{(1{,}043\text{ au})^3}$$

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Arkusze do pobrania: Arkuszmaturalny.pl
Książki do matury: Sklepmaturalny.pl

**Przykładowe rozwiązania**

Sposób 1.

Obie sondy obiegają Słońce – wspólne centrum grawitacyjne. Zatem okres obiegu sondy B dookoła Słońca obliczymy z III prawa Keplera:

$$\frac{T_A^2}{r_A^3}=\frac{T_B^2}{r_B^3} \quad \rightarrow \quad T_B=\sqrt{\left(\frac{r_B}{r_A}\right)^3}\cdot T_A \quad \rightarrow \quad T_B=\sqrt{\left(\frac{1{,}043\ \text{au}}{0{,}962\ \text{au}}\right)^3}\cdot 344\ \text{dób}\approx 388\ \text{dób}$$

Sposób 2.

Sonda B oraz Ziemia obiegają Słońce – wspólne centrum grawitacyjne. Zatem okres obiegu sondy B dookoła Słońca obliczymy z III prawa Keplera:

$$\frac{T_Z^2}{r_Z^3}=\frac{T_B^2}{r_B^3} \quad \rightarrow \quad T_B=\sqrt{\left(\frac{r_B}{r_Z}\right)^3}\cdot T_Z \quad \rightarrow$$

$$T_B=\sqrt{\left(\frac{1{,}043\ \text{au}}{1\ \text{au}}\right)^3}\cdot 1\ \text{rok ziemski}\approx 1{,}065\ \text{roku ziemskiego}\approx 389\ \text{dób}$$

## Zadanie 7.2. (0–3)

| Wymagania egzaminacyjne 2022 | |
|---|---|
| **Wymaganie ogólne** | **Wymagania szczegółowe** |
| IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk. | Zdający:<br>1.1) (P) opisuje ruch jednostajny po okręgu, posługując się pojęciem okresu i częstotliwości;<br>1.14) oblicza parametry ruchu jednostajnego po okręgu […]. |

**Zasady oceniania** (dla rozwiązań sposobem 1.)

3 pkt – poprawna metoda obliczenia kąta, o jaki rozejdą się promienie wodzące sondy A i Ziemi, **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego wyrażonego w stopniach lub radianach ($\alpha\approx 22°\approx 0{,}12\pi\ \text{rad}\approx 0{,}38\ \text{rad}$).

2 pkt – zapisanie związku między kątem, jaki zakreśli promień wodzący sondy A w czasie roku ziemskiego a okresami obiegu dookoła Słońca sondy A i Ziemi **oraz** zapisanie kąta $\alpha$ jako różnicy: kąta, jaki zakreśli promień wodzący sondy A i kąta, jaki zakreśli promień wodzący Ziemi **oraz** podanie tego kąta dla Ziemi,
np. zapisy równoważne poniższym:

$$\alpha_A=\frac{2\pi}{T_A}\cdot T_Z \quad \text{oraz} \quad \alpha=\alpha_A-\alpha_Z \quad \text{oraz} \quad \alpha_Z=2\pi \ \ (\text{lub } 360°)$$

*LUB*

– poprawna metoda obliczenia kąta, jaki zakreśli promień wodzący sondy A w ciągu roku ziemskiego i podanie prawidłowego wyniku liczbowego wyrażonego w stopniach lub radianach, np. zapis:

$$\alpha_A=2\pi\ \text{rad}\cdot\frac{365\ \text{dób}}{344\ \text{doby}}\approx 2{,}12\ \pi\ \text{rad}\approx 6{,}67\ \text{rad}\approx 381{,}6°$$

Arkusze do pobrania: Arkuszmaturalny.pl
Książki do matury: Sklepmaturalny.pl

1 pkt – zapisanie związku między kątem, jaki zakreśli promień wodzący sondy A w czasie roku ziemskiego, a okresami obiegu dookoła Słońca sondy A i Ziemi, np. zapis

$$\alpha_A = \frac{2\pi}{T_A} \cdot T_Z$$

*LUB*

– zapisanie kąta $\alpha$ jako różnicy: kąta, jaki zakreśli promień wodzący sondy A i kąta, jaki zakreśli promień wodzący Ziemi **oraz** podanie tego kąta dla Ziemi, np. zapisy

$$\alpha = \alpha_A - \alpha_Z \quad \text{oraz} \quad \alpha_Z = 2\pi \ \text{(lub } 360°\text{)}$$

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

**Zasady oceniania** (dla rozwiązań sposobem 2.)

3 pkt – poprawna metoda obliczenia kąta, o jaki rozejdą się promienie wodzące sondy A i Ziemi, **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego wyrażonego w stopniach lub radianach ($\alpha \approx 22° \approx 0{,}12\pi \text{ rad} \approx 0{,}38 \text{ rad}$).

2 pkt – zapisanie wyrażenia (lub wyrażeń równoważnych) pozwalającego (pozwalających) obliczyć drogę na orbicie $A$, jaką przebędzie sonda A ciągu roku ziemskiego **oraz** zapisanie różnicy drogi, jaką przebędzie sonda A czasie roku ziemskiego i obwodu orbity $A$ **oraz** zapisanie związku między tą różnicą a kątem $\alpha$, np. zapisy (lub zapisy równoważne)

$$s_A = \frac{2\pi r_A}{T_A} \cdot T_Z \quad \text{oraz} \quad \Delta l = s_A - O_A \quad \text{oraz} \quad \alpha = \frac{\Delta l}{r_A}$$

*LUB*

– poprawna metoda obliczenia drogi $s_A$, jaką przebędzie sonda A ciągu roku ziemskiego, np. zapis:

$$s_A = v_A T_Z \approx \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}962 \text{ au}}{344 \text{ doby}} \cdot 365 \text{ dób} \approx 0{,}01756 \frac{\text{au}}{\text{doba}} \cdot 365 \text{ dób} \approx 6{,}41 \text{ au}$$

1 pkt – zapisanie wyrażenia (lub wyrażeń równoważnych) pozwalającego (pozwalających) obliczyć drogę na orbicie $A$, jaką przebędzie sonda A w ciągu roku ziemskiego, np. zapisy (lub zapisy równoważne)

$$s_A = \frac{2\pi r_A}{T_A} \cdot T_Z \quad \text{albo} \quad \left(l_A = v_A T_Z \quad \text{oraz} \quad v_A = \frac{O_A}{T_A} = \frac{2\pi r_A}{T_A}\right)$$

*LUB*

– zapisanie różnicy drogi, jaką przebędzie sonda A czasie roku ziemskiego i obwodu orbity $A$ **oraz** zapisanie związku między tą różnicą a kątem $\alpha$:

$$\Delta l = s_A - O_A \quad \text{oraz} \quad \alpha = \frac{\Delta l}{r_A}$$

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

## Uwaga dodatkowa

Wynik może być podany w radianach lub w stopniach. W przypadku wyniku podanego w radianach dopuszcza się pozostawienie symbolu $\pi$ mnożącego liczbę (np. $0{,}12\pi$).

Arkusze do pobrania: Arkuszmaturalny.pl
Książki do matury: Sklepmaturalny.pl

**Przykładowe rozwiązania**

Sposób 1.

Wykorzystamy związki między parametrami w ruchu jednostajnym po okręgu takie jak: związek między prędkością kątową a czasem i kątem zakreślonym przez promień, oraz związek między prędkością kątową a okresem obiegu.

Kąt $\alpha_A$, jaki zakreśli promień wodzący sondy A po czasie roku ziemskiego $T_Z$, wyraża się wzorem:

$$\alpha_A = \omega_A T_Z \qquad \text{gdzie} \qquad \omega_A = \frac{2\pi}{T_A}$$

Z powyższych związków obliczymy miarę kąta $\alpha_A$:

$$\alpha_A = \frac{2\pi}{T_A} \cdot T_Z \quad \rightarrow \quad \alpha_A = 2\pi \text{ rad} \cdot \frac{365 \text{ dób}}{344 \text{ doby}} \approx 2{,}12\pi \text{ rad} \approx 382°$$

Kąt, jaki zakreśli promień wodzący Ziemi po czasie roku ziemskiego, jest z definicji równy kątowi pełnemu:

$$\alpha_Z = 2\pi \text{ rad} = 360°$$

Miara kąta $\alpha$ między promieniami wodzącymi sondy $A$ oraz Ziemi po roku ziemskim od chwili $t_0$ wyraża się wzorem:

$$\alpha = \alpha_A - \alpha_Z$$

Do powyższego wzoru podstawimy wyznaczone wcześniej $\alpha_A$ oraz $\alpha_Z$:

$$\alpha \approx 382° - 360° \approx 22°$$

Sposób 2.

Obliczymy obwód $O_A$ orbity, po której krąży sonda A:

$$O_A = 2\pi r_A \approx 2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}962 \text{ au} \approx 6{,}04 \text{ au}$$

Obliczymy prędkość liniową $v_A$ sondy A na orbicie:

$$v_A = \frac{O_A}{T_A} \approx \frac{6{,}04 \text{ au}}{344 \text{ doby}} \approx 0{,}0176 \frac{\text{au}}{\text{doba}}$$

Obliczymy drogę $s_A$ na orbicie $A$, jaką przebędzie sonda A w czasie roku ziemskiego $T_Z$:

$$s_A = v_A T_Z \approx 0{,}01756 \frac{\text{au}}{\text{doba}} \cdot 365 \text{ dób} \approx 6{,}41 \text{ au}$$

Obliczymy różnicę długości łuku $s_A$ i obwodu orbity $A$:

$$\Delta l = s_A - O_A \approx 6{,}41 \text{ au} - 6{,}04 \text{ au} = 0{,}37 \text{ au}$$

Obliczymy kąt $\alpha$:

$$\alpha = \frac{\Delta l}{r_A} \approx \frac{0{,}37 \text{ au}}{0{,}962 \text{ au}} \approx 0{,}38 \text{ rad}$$

Arkusze do pobrania: Arkuszmaturalny.pl
Książki do matury: Sklepmaturalny.pl

Arkusze do pobrania: Arkuszmaturalny.pl

Książki do matury: Sklepmaturalny.pl

## Zadanie 7.3. (0–1)

| Wymagania egzaminacyjne 2022 | |
|---|---|
| **Wymaganie ogólne** | **Wymagania szczegółowe** |
| I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie. | Zdający:<br>1.2) (P) opisuje zależności między siłą dośrodkową a masą, prędkością liniową i promieniem oraz wskazuje przykłady sił pełniących rolę siły dośrodkowej.<br>4.1) wykorzystuje prawo powszechnego ciążenia do obliczenia siły oddziaływań grawitacyjnych między masami punktowymi i sferycznie symetrycznymi;<br>4.6) wyjaśnia pojęcie pierwszej […] prędkości kosmicznej; oblicza ich wartości dla różnych ciał niebieskich. |

**Zasady oceniania**

1 pkt – poprawna odpowiedź.
0 pkt – brak spełnienia powyższego kryterium.

**Poprawna odpowiedź**

D

## Zadanie 8.1. (0–1)

| Wymagania egzaminacyjne 2022 | |
|---|---|
| **Wymaganie ogólne** | **Wymaganie szczegółowe** |
| IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk. | Zdający:<br>9.11) opisuje prąd przemienny (natężenie, napięcie, częstotliwość […]). |

**Zasady oceniania**

1 pkt – wpisanie prawidłowej częstotliwości zmian natężenia prądu w obwodzie.
0 pkt – brak spełnienia powyższego kryterium.

**Poprawna odpowiedź**

Częstotliwość zmian natężenia prądu w opisanym obwodzie jest równa 1,59 Hz.

## Zadanie 8.2. (0–2)

| Wymagania egzaminacyjne 2022 | |
|---|---|
| **Wymagania ogólne** | **Wymagania szczegółowe** |
| I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.<br><br>IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk. | Zdający:<br>9.11) opisuje prąd przemienny (natężenie, napięcie, […] wartości skuteczne);<br>8.6) oblicza pracę wykonaną podczas przepływu prądu przez różne elementy obwodu oraz moc rozproszoną na oporze. |

**Zasady oceniania**

2 pkt – poprawna metoda obliczenia mocy średniej wydzielanej na oporniku w czasie jednego okresu **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką.

1 pkt – wyznaczenie wartości napięcia maksymalnego **oraz** zastosowanie wzoru na moc średnią w wersji z napięciem maksymalnym (np. podobnie jak w sposobie 1.)
*LUB*
– wyznaczenie wartości napięcia skutecznego **oraz** zastosowanie wzoru na moc średnią w wersji z parametrami skutecznymi (np. podobnie jak w sposobie 2. albo 3).

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

**Przykładowe rozwiązania**

Porównamy zależność przedstawioną w treści zadania z zależnością przedstawiającą przebieg sinusoidalny, zapisaną na symbolach wielkości:

$$U(t) = 7{,}50\ \text{V} \cdot \sin\left(10{,}0\ \frac{1}{\text{s}} \cdot t\right) \qquad U(t) = U_{max}\sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t + \phi_0\right)$$

Sposób 1.

Z powyższego wynika, że:

$$U_{max} = 7{,}50\ \text{V}$$

Obliczymy moc średnią rozproszoną na oporze w czasie jednego okresu zmian napięcia. Zastosujemy wzór na moc średnią, podstawimy wartości liczbowe i wykonamy obliczenia:

$$P_{śr} = \frac{U_{max}^2}{2R} \qquad \rightarrow \qquad P_{śr} = \frac{(7{,}50\ \text{V})^2}{2 \cdot 4{,}00\ \Omega} \approx 7{,}03\ \text{W}$$

Sposób 2.

Z powyższego wynika, że:

$$U_{max} = 7{,}50\ \text{V}$$ zatem parametry skuteczne mają wartości:

$$U_{sk} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} \approx 5{,}303\ \text{V} \qquad \text{oraz} \qquad I_{sk} = \frac{U_{sk}}{R} \approx 1{,}326\ \text{A}$$

Obliczymy moc średnią rozproszoną na oporze w czasie jednego okresu zmian napięcia. Zastosujemy wzór na moc średnią, podstawimy wartości liczbowe i wykonamy obliczenia:

$$P_{śr} = U_{sk}I_{sk} \qquad \rightarrow \qquad P_{śr} \approx 5{,}303\ \text{V} \cdot 1{,}326\ \text{A} \approx 7{,}03\ \text{W}$$

Arkusze do pobrania: Arkuszmaturalny.pl
Książki do matury: Sklepmaturalny.pl

Sposób 3.

Z powyższego wynika, że:

$$U_{max} = 7{,}50\ \text{V} \qquad \text{zatem} \qquad U_{sk} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} \approx 5{,}303\ \text{V}$$

Obliczymy moc średnią rozproszoną na oporze w czasie jednego okresu zmian napięcia. Zastosujemy wzór na moc średnią, podstawimy wartości liczbowe i wykonamy obliczenia:

$$P_{śr} = \frac{U_{sk}^2}{R} \qquad \rightarrow \qquad P_{śr} \approx \frac{(5{,}303\ \text{V})^2}{4{,}00\ \Omega} \approx 7{,}03\ \text{W}$$

Arkusze do pobrania: Arkuszmaturalny.pl

Książki do matury: Sklepmaturalny.pl

## Zadanie 9.1. (0–3)

| Wymagania egzaminacyjne 2022 | |
|---|---|
| **Wymagania ogólne** | **Wymagania szczegółowe** |
| V. Planowanie i wykonywanie prostych doświadczeń i analiza ich wyników.<br><br>IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk. | Zdający:<br>10.5) […] wyjaśnia konstrukcje tworzenia obrazów rzeczywistych […] otrzymywane za pomocą soczewek skupiających […];<br>10.6) stosuje równanie soczewki, wyznacza położenie i powiększenie otrzymanych obrazów. |

**Zasady oceniania**

3 pkt – poprawna metoda obliczenia ogniskowej soczewki **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką.

2 pkt – poprawne zapisanie równania soczewki **oraz** dwóch równań wiążących odległość przedmiotu od soczewki z odległością obrazu przedmiotu od soczewki, np. zapisy:

$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ oraz $x + y = 49\ \text{cm}$ oraz $\frac{y}{x} = 2{,}5$

*LUB*

– poprawne zapisanie dwóch równań wiążących odległość przedmiotu od soczewki z odległością obrazu przedmiotu od soczewki **oraz** prawidłowe rozwiązanie tego układu równań i podanie obu odległości, np. zapisy:

$x + y = 49\ \text{cm}$ oraz $\frac{y}{x} = 2{,}5$ oraz $x = 14\ \text{cm}$ oraz $y = 35\ \text{cm}$

1 pkt – poprawne zapisanie dwóch równań wiążących odległość przedmiotu od soczewki z odległością obrazu przedmiotu od soczewki, np. zapisy:

$x + y = 49\ \text{cm}$ oraz $\frac{y}{x} = 2{,}5$

*LUB*

– poprawne zapisanie równania soczewki **oraz** jednego z równań wiążących odległość przedmiotu od soczewki z odległością obrazu przedmiotu od soczewki, np. zapisy:

$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ oraz $\left( x + y = 49\ \text{cm} \right.$ albo $\left. \frac{y}{x} = 2{,}5 \right)$

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

**Przykładowe rozwiązanie**

Ogniskową soczewki $f$ obliczymy z równania soczewki:

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$$

gdzie $x=|PS|$ i $y=|SE|$ są odpowiednio odległościami przedmiotu od soczewki i obrazu od soczewki. Wielkości te wyznaczymy z układu równań:

$$\begin{cases} d_1 = x + y \\ \frac{y}{x} = p \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 49\ \text{cm} \\ \frac{y}{x} = 2{,}5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2{,}5x = 49\ \text{cm} \\ y = 2{,}5x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3{,}5x = 49\ \text{cm} \\ y = 2{,}5x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 14\ \text{cm} \\ y = 35\ \text{cm} \end{cases}$$

Obliczymy ogniskową soczewki:

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{14\ \text{cm}}+\frac{1}{35\ \text{cm}}=\frac{49}{490\ \text{cm}}=\frac{1}{10\ \text{cm}}$$

$$f = 10\ \text{cm}$$

## Zadanie 9.2. (0–1)

| Wymagania egzaminacyjne 2022 | |
|---|---|
| **Wymagania ogólne** | **Wymaganie szczegółowe** |
| V. Planowanie i wykonywanie prostych doświadczeń i analiza ich wyników.<br><br>I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie. | Zdający:<br>10.6) stosuje równanie soczewki, wyznacza położenie i powiększenie otrzymanych obrazów. |

**Zasady oceniania**

1 pkt – wpisanie prawidłowej postaci wyrażenia.
0 pkt – brak spełnienia powyższego kryterium.

**Poprawna odpowiedź**

$x_3 = d_2 - x_2$

Arkusze do pobrania: Arkuszmaturalny.pl
Książki do matury: Sklepmaturalny.pl

Arkusze do pobrania: Arkuszmaturalny.pl

Książki do matury: Sklepmaturalny.pl

## Zadanie 10.1. (0–2)

| Wymagania egzaminacyjne 2022 | |
|---|---|
| **Wymaganie ogólne** | **Wymagania szczegółowe** |
| I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie. | Zdający:<br>6.8) opisuje zjawisko interferencji, wyznacza długość fali na podstawie obrazu interferencyjnego;<br>6.10) opisuje fale stojące i ich związek z falami biegnącymi przeciwbieżnie. |

### Zasady oceniania

2 pkt – poprawne narysowanie trzech obrazów fal stojących na rysunkach 1.–3.

1 pkt – poprawne narysowanie obrazu fali stojącej na rysunku 1. (o największej długości)

*LUB*

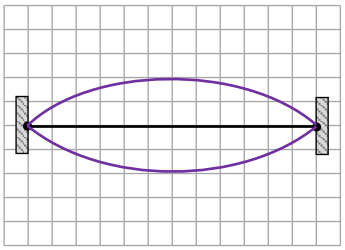
– poprawne narysowanie obrazu fali stojącej (o dowolnej poprawnej długości) na jednym z rysunków 2.–3. (nie może być to rysunek obrazu fali o największej długości).

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

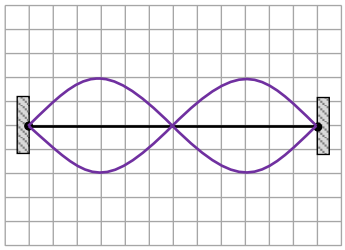
### Poprawne rozwiązania

Sposób 1.

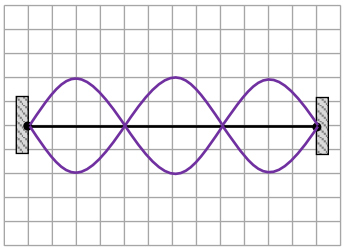
Rysunek 1.



Rysunek 2.

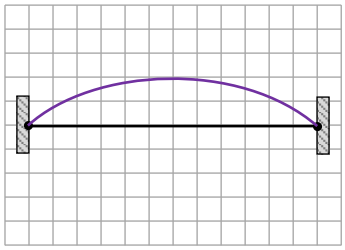


Rysunek 3.

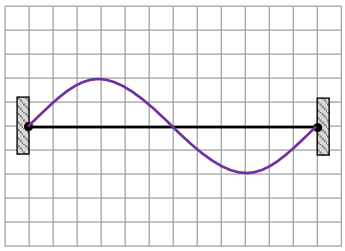


Sposób 2. (widok struny w chwili jej maksymalnego wychylenia)

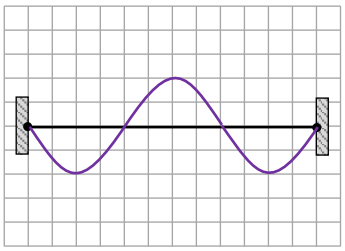
Rysunek 1.



Rysunek 2.



Rysunek 3.



## Zadanie 10.2. (0–4)

| Wymagania egzaminacyjne 2022 | |
|---|---|
| **Wymagania ogólne** | **Wymagania szczegółowe** |
| IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk.<br><br>III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu […]. | Zdający:<br>6.6) stosuje w obliczeniach związek między parametrami fali: długością, częstotliwością, okresem, prędkością;<br>6.8) opisuje zjawisko interferencji, wyznacza długość fali na podstawie obrazu interferencyjnego;<br>6.10) opisuje fale stojące i ich związek z falami biegnącymi przeciwbieżnie. |

**Zasady oceniania**

4 pkt – poprawna metoda obliczenia ilorazu częstotliwości najdłuższych fal stojących, które mogą powstać odpowiednio na strunach o długościach $L_2$ i $L_1$ i podanie prawidłowego wyniku (podana wartość liczbowa powinna być taka, aby po zaokrągleniu do dwóch cyfr znaczących była równa 1,7).

3 pkt – poprawna metoda obliczenia ilorazu częstotliwości, tzn.: wykorzystanie związków dla obu strun między częstotliwością fali stojącej (o największej długości) a długością rozciągniętej struny i wartością prędkości fali poprzecznej na strunie **oraz** wykorzystanie informacji o prędkości fali poprzecznej na strunie **oraz** wykorzystanie informacji o proporcjonalności siły rozciągającej strunę do jej wydłużenia i doprowadzenie ilorazu częstotliwości do postaci równoważnej poniższym:

$$\frac{f_2}{f_1} = \dots = \sqrt{\frac{\Delta L_2}{\Delta L_1} \cdot \frac{L_1}{L_2}}$$ (np. jak w sposobie 1.)

*LUB*

$$\frac{f_2}{f_1} = \dots = \frac{L_1}{L_2} \cdot \sqrt{\frac{\Delta L_2}{\Delta L_1} \cdot \frac{L_2}{L_1}}$$ (np. jak w sposobie 1.)

*LUB*

$$\frac{f_2}{f_1} = \dots = \frac{L_1}{L_2} \cdot \sqrt{\frac{\Delta L_2}{\Delta L_1}}$$ (np. jak w sposobie 2.)

2 pkt – zapisanie/wykorzystanie dla obu strun związków między częstotliwością fali stojącej (o największej długości) a długością rozciągniętej struny i wartością prędkości fali poprzecznej na strunie **oraz** wykorzystanie informacji o prędkości fali poprzecznej na strunie i doprowadzenie ilorazu częstotliwości do postaci równoważnej poniższym (np. jak w sposobie 1.):

$$\frac{f_2}{f_1} = \dots = \frac{L_1}{L_2} \cdot \sqrt{\frac{F_2}{F_1} \cdot \frac{L_2}{L_1}}$$ albo $$\frac{f_2}{f_1} = \dots = \sqrt{\frac{F_2}{F_1} \cdot \frac{L_1}{L_2}}$$

*LUB*

Arkusze do pobrania: Arkuszmaturalny.pl
Książki do matury: Sklepmaturalny.pl

– zapisanie/wykorzystanie dla obu strun związków między częstotliwością fali stojącej (o największej długości) a długością rozciągniętej struny i wartością prędkości fali poprzecznej na strunie **oraz** wykorzystanie informacji o prędkości fali poprzecznej na strunie i doprowadzenie ilorazu częstotliwości do postaci równoważnej poniższym (np. jak w sposobie 2.):

$$\frac{f_2}{f_1} = \ldots = \frac{L_1}{L_2} \cdot \sqrt{\frac{F_2}{F_1}}$$

*LUB*

– zapisanie/wykorzystanie dla obu strun związków między częstotliwością fali stojącej (o największej długości) a długością rozciągniętej struny i wartością prędkości fali poprzecznej na strunie **oraz** wykorzystanie informacji o proporcjonalności siły rozciągającej strunę do jej wydłużenia, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{L_1}{L_2} \cdot \frac{v_2}{v_1} \text{ oraz } \left( (F_1 = k\Delta L_1 \text{ oraz } F_2 = k\Delta L_2) \text{ albo } \frac{F_2}{F_1} = \frac{\Delta L_2}{\Delta L_1} \right)$$

1 pkt – zapisanie/wykorzystanie dla obu strun związków między częstotliwością fali stojącej (o największej długości) a długością rozciągniętej struny i wartością prędkości fali poprzecznej na strunie, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$\left( f_1 = \frac{v_1}{2L_1} \text{ oraz } f_2 = \frac{v_2}{2L_2} \right) \text{ albo } \frac{f_2}{f_1} = \frac{\frac{v_2}{2L_2}}{\frac{v_1}{2L_1}} \text{ albo } \frac{f_2}{f_1} = \frac{L_1}{L_2} \cdot \frac{v_2}{v_1}$$

– wykorzystanie informacji o proporcjonalności siły rozciągającej strunę do jej wydłużenia, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$(F_1 = k\Delta L_1 \text{ oraz } F_2 = k\Delta L_2) \text{ albo } \frac{F_2}{F_1} = \frac{\Delta L_2}{\Delta L_1}$$

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

**Uwaga dodatkowa**

1. Jeżeli zdający przyjmie długość struny swobodnej (a nie naprężonej) dla związku $f = \frac{v}{2L}$ i konsekwentnie doprowadzi rozwiązanie do końca (poprawnie wykorzysta pozostałe związki bez błędów rachunkowych), to otrzyma co najwyżej 2 pkt.
2. Jeżeli zdający do obliczenia stosunku częstotliwości najdłuższych fal stojących wykorzysta stosunek częstotliwości wyższych (o tych samych numerach) składowych harmonicznych (który jest równy stosunkowi częstotliwości pierwszych składowych harmonicznych), to taką metodę rozwiązania należy uznać za równoważną.

**Przykładowe rozwiązania**

Sposób 1.

Wyprowadzimy i zapiszemy związek między częstotliwością fali stojącej (o największej długości) a długością struny $L$ i wartością $v$ prędkości fali poprzecznej na strunie:

$$v = \lambda f \quad \text{oraz} \quad L = \frac{\lambda}{2} \quad \rightarrow \quad f = \frac{v}{2L}$$

Zapiszemy iloraz $\frac{f_2}{f_1}$ – częstotliwości najdłuższych fal stojących, które mogą powstać odpowiednio na strunach o długościach $L_2$ i $L_1$:

Arkusze do pobrania: Arkuszmaturalny.pl
Książki do matury: Sklepmaturalny.pl

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{\frac{v_2}{2L_2}}{\frac{v_1}{2L_1}} = \frac{L_1}{L_2} \cdot \frac{v_2}{v_1}$$

Wykorzystamy wzór na prędkość fali poprzecznej na strunie:

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{L_1}{L_2} \cdot \frac{\sqrt{\frac{F_2}{\left(\frac{m}{L_2}\right)}}}{\sqrt{\frac{F_1}{\left(\frac{m}{L_1}\right)}}} = \frac{L_1}{L_2} \cdot \sqrt{\frac{F_2}{F_1} \cdot \frac{L_2}{L_1}} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1} \cdot \frac{L_1}{L_2}}$$

Skorzystamy z faktu, że siły napinające struny są wprost proporcjonalne do wydłużeń tych strun:

$$F_1 = k\Delta L_1 \qquad \text{oraz} \qquad F_2 = k\Delta L_2 \qquad \rightarrow \qquad \frac{F_2}{F_1} = \frac{\Delta L_2}{\Delta L_1}$$

Ostatecznie otrzymujemy:

$$\frac{f_2}{f_1} = \sqrt{\frac{\Delta L_2}{\Delta L_1} \cdot \frac{L_1}{L_2}}$$

Wykorzystamy informacje o długościach i wydłużeniach strun:

$$\frac{f_2}{f_1} = \sqrt{\frac{0{,}03L_0}{0{,}01L_0} \cdot \frac{1{,}01L_0}{1{,}03L_0}} = \sqrt{3 \cdot \frac{1{,}01}{1{,}03}} \approx 1{,}7151 \ldots \approx 1{,}72$$

Sposób 2.

*Poniżej akceptowalne pełne rozwiązanie, w którym zdający używa długości struny swobodnej do określenia gęstości liniowej.*

Zapiszemy związek między częstotliwością fali stojącej (o największej długości) a długością struny $L$ i wartością $v$ prędkości fali poprzecznej na strunie:

$$f = \frac{v}{2L}$$

Zapiszemy iloraz $\frac{f_2}{f_1}$:

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{L_1}{L_2} \cdot \frac{v_2}{v_1}$$

Wykorzystamy wzór na prędkość fali poprzecznej na strunie:

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{L_1}{L_2} \cdot \frac{\sqrt{\frac{F_2}{\left(\frac{m}{L_0}\right)}}}{\sqrt{\frac{F_1}{\left(\frac{m}{L_0}\right)}}} = \frac{L_1}{L_2} \cdot \sqrt{\frac{F_2}{F_1}}$$

Arkusze do pobrania: Arkuszmaturalny.pl
Książki do matury: Sklepmaturalny.pl

Skorzystamy z faktu, że siły napinające struny są wprost proporcjonalne do wydłużeń tych identycznych strun:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{\Delta L_2}{\Delta L_1}$$

Ostatecznie otrzymujemy:

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{L_1}{L_2} \cdot \sqrt{\frac{\Delta L_2}{\Delta L_1}}$$

Wykorzystamy informacje o długościach i wydłużeniach strun:

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{1{,}01L_0}{1{,}03L_0} \cdot \sqrt{\frac{0{,}03L_0}{0{,}01L_0}} = \frac{1{,}01}{1{,}03}\sqrt{3} = 1{,}6984\ldots \approx 1{,}70$$

Arkusze do pobrania: Arkuszmaturalny.pl

Książki do matury: Sklepmaturalny.pl

## Zadanie 11.1. (0–3)

| Wymagania egzaminacyjne 2022 | |
|---|---|
| **Wymagania ogólne** | **Wymagania szczegółowe** |
| IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk.<br><br>III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu […] i rysunków. | Zdający:<br>2.2) (P) interpretuje linie widmowe jako przejścia między poziomami energetycznymi atomów;<br>2.3) (P) opisuje budowę atomu wodoru, stan podstawowy i stany wzbudzone.<br>11.2) stosuje zależność między energią fotonu a częstotliwością i długością fali;<br>11.3) stosuje zasadę zachowania energii do wyznaczenia częstotliwości promieniowania emitowanego i absorbowanego przez atomy. |

**Zasady oceniania**

3 pkt – poprawna metoda obliczenia długości fali fotonu emitowanego podczas przejścia $n \in \{3,4,5,6\} \rightarrow 2$ **oraz** podanie poprawnego wyniku liczbowego **oraz** zaznaczenie odpowiadającej linii widmowej na rysunku.

2 pkt – zastosowanie zasady zachowania energii układu atom–foton dla przejścia $n \in \{3,4,5,6\} \rightarrow 2$ **oraz** zastosowanie wzorów na energie elektronu w atomie wodoru dla rozważanych stanów, **oraz** zastosowanie wzoru Plancka na energię fotonu **oraz** wyrażenie częstotliwości fotonu poprzez długość fali, **oraz** podstawienie wszystkich wartości liczbowych stałych, np. zapisy (lub zapisy równoważne / zapis równoważny):

$$\frac{-13{,}61\ \text{eV}}{9} - \frac{-13{,}61\ \text{eV}}{4} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s} \cdot 2{,}998 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{\lambda}$$

*LUB*

– poprawna metoda wyprowadzenia wzoru pozwalającego obliczyć długość fali fotonu emitowanego podczas przejścia $n \in \{3,4,5,6\} \rightarrow 2$ **oraz** zapisanie tego wzoru w postaci równania, w którym po lewej stronie jest tylko długość fali, np.

[poprawna metoda] oraz $\lambda_{n2} = \dfrac{hc}{E_1\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{2^2}\right)}$

*LUB*

– obliczenie energii fotonu emitowanego podczas przejścia $n \in \{3,4,5,6\} \to 2$ (wystarczy w eV) **oraz** zastosowanie wzoru Plancka na energię fotonu (wystarczy wzór z częstotliwością) np. zapisy (lub zapisy równoważne / zapis równoważny):

$$hf_{32} = \frac{-13{,}61\ \text{eV}}{9} - \frac{-13{,}61\ \text{eV}}{4} \approx 1{,}89\ \text{eV}$$

1 pkt – zastosowanie zasady zachowania energii układu atom–foton dla procesu przejścia elektronu z poziomu energetycznego $n \in \{3,4,5,6\}$ na poziom $n = 2$ **oraz** zastosowanie wzorów na energie elektronu w atomie wodoru dla rozważanych stanów, np. zapisy (lub zapisy równoważne / zapis równoważny):

$E_3 - E_2 = E_{fot}$ oraz $E_2 = \dfrac{E_1}{4}$ oraz $E_3 = \dfrac{E_1}{9}$

*LUB*

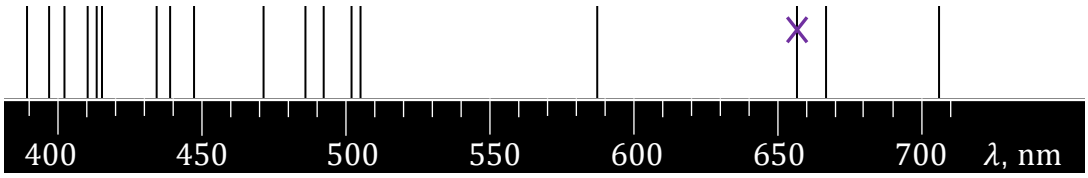
– zastosowanie zasady zachowania energii układu atom–foton dla procesu przejścia elektronu z poziomu energetycznego $n \in \{3,4,5,6\}$ na poziom $n = 2$ **oraz** zastosowanie wzoru Plancka na energię fotonu **oraz** wyrażenie częstotliwości fotonu poprzez długość fali np. zapisy (lub zapisy równoważne / zapis równoważny):

$$E_3 - E_2 = \frac{hc}{\lambda}$$

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

**Przykładowe rozwiązania**

Sposób 1.




Zidentyfikujemy linię widmową, której odpowiada przejście $3 \to 2$. Zgodnie z zasadą zachowania energii energia emitowanego fotonu jest równa różnicy energii elektronu w atomie wodoru przed i po emisji fotonu:

$$E_3 - E_2 = E_{fot}$$

Skorzystamy ze wzorów na energię elektronu w atomie wodoru oraz ze wzoru Plancka na energię fotonu oraz ze związku między prędkością światła a długością i częstotliwością fali:

$$\frac{E_1}{3^2} - \frac{E_1}{2^2} = hf_{32} \quad \text{oraz} \quad c = \lambda_{32} f_{32}$$

$$E_1\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{2^2}\right) = \frac{hc}{\lambda_{32}}$$

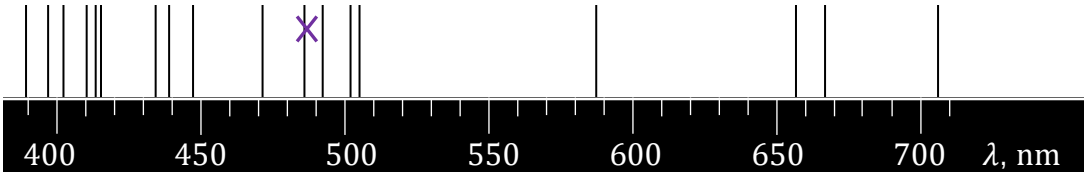
Arkusze do pobrania: Arkuszmaturalny.pl
Książki do matury: Sklepmaturalny.pl

Wyznaczymy długość fali fotonu emitowanego podczas przejścia $3 \rightarrow 2$. Przekształcimy powyższe wyrażenie, podstawimy wartości stałych fizycznych i wykonamy obliczenia.

$$\lambda_{32} = \frac{hc}{E_1\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{2^2}\right)}$$

$$\lambda_{32} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s} \cdot 2{,}998 \cdot 10^{8}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{-13{,}61 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J} \cdot \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{2^2}\right)} \approx 6{,}56 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{m} \approx 656\ \mathrm{nm}$$

Sposób 2.

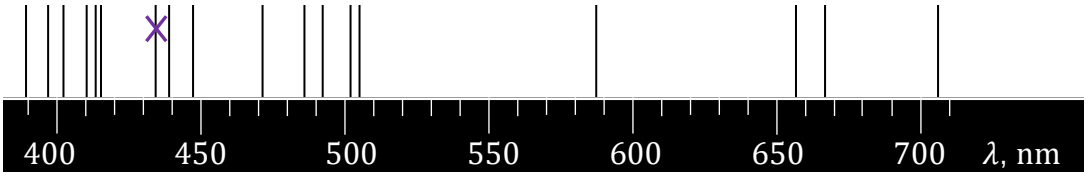



Zidentyfikujemy linię widmową, której odpowiada przejście $4 \rightarrow 2$.

[Kolejne zapisy rozwiązania są analogiczne do przedstawionych w sposobie 1.]

$$\lambda_{42} = \frac{hc}{E_1\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{2^2}\right)} \approx \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s} \cdot 2{,}998 \cdot 10^{8}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{-13{,}61 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J} \cdot \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{2^2}\right)} \approx 4{,}86 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{m} \approx 486\ \mathrm{nm}$$

Sposób 3.



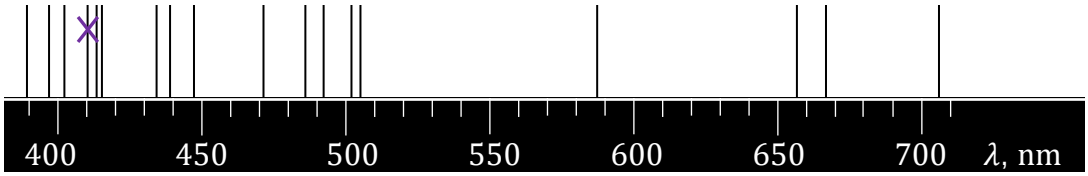

Zidentyfikujemy linię widmową, której odpowiada przejście $5 \rightarrow 2$.

[Kolejne zapisy rozwiązania są analogiczne do przedstawionych w sposobie 1.]

$$\lambda_{52} = \frac{hc}{E_1\left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{2^2}\right)} \approx \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s} \cdot 2{,}998 \cdot 10^{8}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{-13{,}61 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J} \cdot \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{2^2}\right)} \approx 4{,}34 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{m} \approx 434\ \mathrm{nm}$$

Arkusze do pobrania: Arkuszmaturalny.pl
Książki do matury: Sklepmaturalny.pl

Sposób 4.




Zidentyfikujemy linię widmową, której odpowiada przejście $6 \rightarrow 2$.
[Kolejne zapisy rozwiązania są analogiczne do przedstawionych w sposobie 1.]

$$\lambda_{62} = \frac{hc}{E_1\left(\frac{1}{6^2} - \frac{1}{2^2}\right)} \approx \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s} \cdot 2{,}998 \cdot 10^{8}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{-13{,}61 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{J} \cdot \left(\frac{1}{6^2} - \frac{1}{2^2}\right)} \approx 4{,}10 \cdot 10^{-7}\ \text{m} \approx 410\ \text{nm}$$

## Zadanie 11.2. (0–2)

| **Wymagania egzaminacyjne 2022** | |
|---|---|
| **Wymaganie ogólne** | **Wymagania szczegółowe** |
| I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie. | Zdający:<br>2.3) (P) opisuje budowę atomu wodoru, stan podstawowy i stany wzbudzone;<br>2.5) (P) interpretuje zasadę zachowania energii przy przejściach elektronu między poziomami energetycznymi w atomie z udziałem fotonu.<br>11.2) stosuje zależność między energią fotonu a częstotliwością i długością fali. |

**Zasady oceniania**
2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech zdaniach.
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch zdaniach.
0 pkt – brak spełnienia powyższego kryterium.

**Poprawna odpowiedź**
1. **P** 2. **F** 3. **P**

Arkusze do pobrania: Arkuszmaturalny.pl
Książki do matury: Sklepmaturalny.pl

## Zadanie 12.1. (0–3)

| Wymagania egzaminacyjne 2022 | |
|---|---|
| **Wymagania ogólne** | **Wymagania szczegółowe** |
| V. Planowanie i wykonywanie prostych doświadczeń i analiza ich wyników.<br><br>III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów […]. | Zdający:<br>12.2) samodzielnie wykonuje poprawne wykresy […].<br>3.4) (P) opisuje rozpad izotopu promieniotwórczego, posługując się pojęciem czasu połowicznego rozpadu; rysuje wykres zależności liczby jąder, które uległy rozpadowi od czasu. |

**Zasady oceniania**

3 pkt – poprawne naniesienie punktów pomiarowych na wykres **oraz** poprawne narysowanie wykresu funkcji $R(t)$ (w postaci gładkiej krzywej ciągłej) **oraz** stwierdzenie na podstawie wykresu (lub po prostu zaznaczenie na wykresie), że połowa z liczby jąder, które się rozpadły, jest równa $1000$ **oraz** poprawne odczytanie z wykresu argumentu dla wartości 1000 i zapisanie wyniku mieszczącego się w przedziale od $T_{\frac{1}{2}} = 26\ \text{min}$ do $T_{\frac{1}{2}} = 30\ \text{min}$.

2 pkt – poprawne naniesienie punktów pomiarowych na wykres **oraz** poprawne narysowanie wykresu funkcji $R(t)$ (w postaci gładkiej krzywej ciągłej) **oraz** stwierdzenie na podstawie wykresu, że połowa z liczby jąder, które się rozpadły, jest równa $1000$

*LUB*

– stwierdzenie na podstawie wyników podanych w tabeli (bez narysowania wykresu), że połowa z liczby jąder, które się rozpadły, jest równa $1000$ **oraz** oszacowanie liniowe (np. za pomocą proporcji) na podstawie pierwszego punktu pomiarowego tabeli, że $T_{\frac{1}{2}} \approx 31\ \text{min}$, np. zapisy (lub zapisy równoważne)

$$\frac{1275}{40} = \frac{1000}{x} \qquad \rightarrow \qquad x = T_{\frac{1}{2}} = 31\ \text{min}$$

*LUB*

– poprawne naniesienie punktów pomiarowych na wykres **oraz** niepoprawne narysowanie wykresu w postaci krzywej łamanej (składającej się fragmentami z odcinków) **oraz** oszacowanie na podstawie sporządzonego wykresu czasu połowicznego rozpadu.

1 pkt – poprawne naniesienie punktów pomiarowych na wykres (co najmniej siedmiu) **oraz** poprawne narysowanie wykresu funkcji $R(t)$ (w postaci gładkiej krzywej ciągłej)

*LUB*

– stwierdzenie na podstawie wyników podanych w tabeli (bez narysowania wykresu), że połowa z liczby jąder, które się rozpadły, jest równa $1000$.

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Arkusze do pobrania: Arkuszmaturalny.pl
Książki do matury: Sklepmaturalny.pl

**Uwaga dodatkowa**

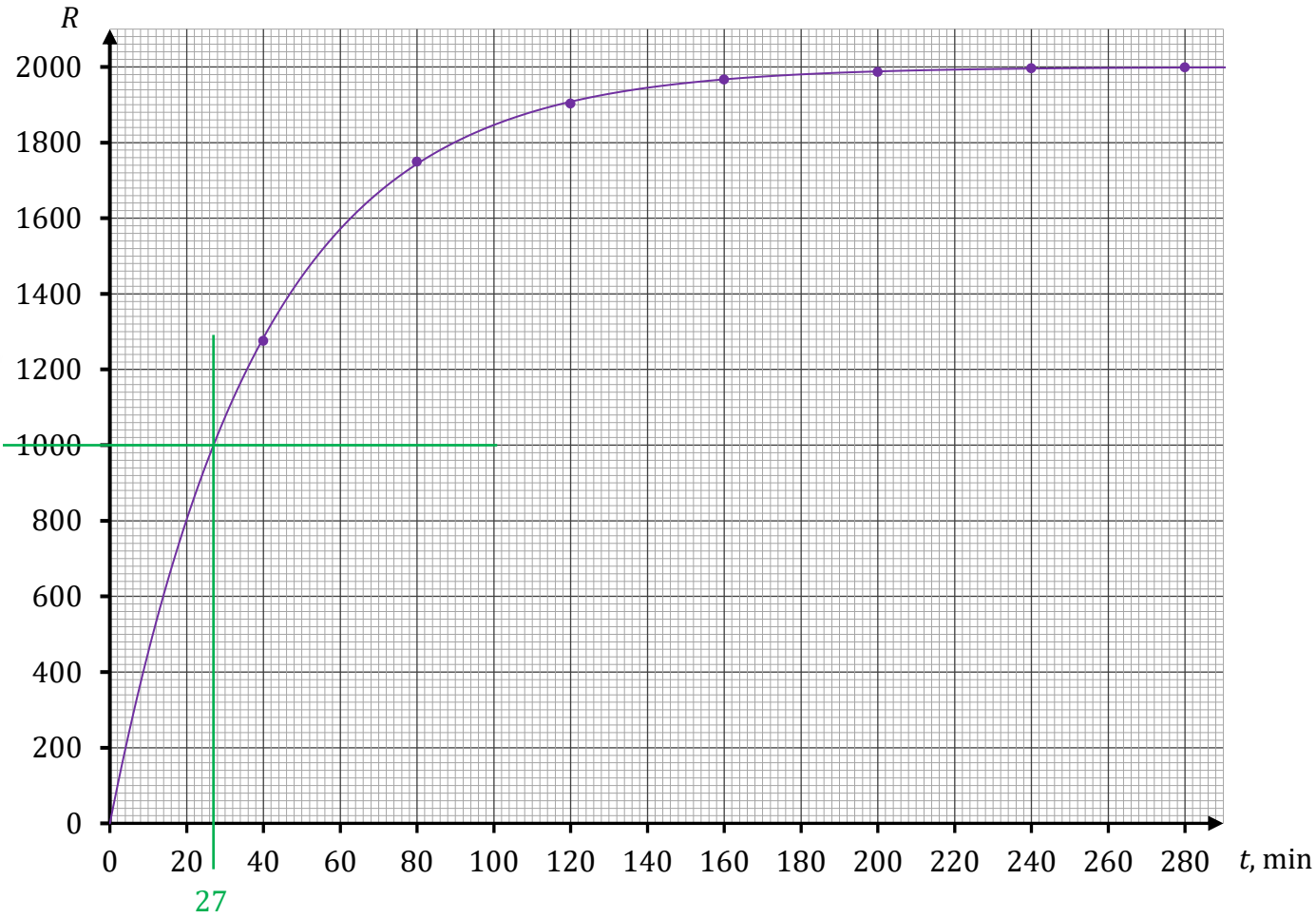
Jeżeli zdający narysuje wykres w postaci krzywej ciągłej gładkiej, przechodzącej przez wszystkie punkty pomiarowe, i na podstawie tej krzywej odczyta czas połowicznego rozpadu, który nieznacznie wychodzi poza przedział [26 min, 30 min], to otrzymuje maksymalną liczbę punktów.

**Poprawne rozwiązanie**

Z wykresu wynika, że liczba wszystkich jąder, które uległy rozpadowi jest równa $2000$.

Po czasie $t = T_{\frac{1}{2}}$ – równym czasowi połowicznego rozpadu – od chwili $t = 0$ rozpadnie się $1000$ jąder. Odczytamy z wykresu argument $t$, dla którego funkcja $R(t)$ przyjmuje wartość $1000$:

$$t = T_{\frac{1}{2}} \approx 27 \text{ min}$$




Arkusze do pobrania: Arkuszmaturalny.pl
Książki do matury: Sklepmaturalny.pl

## Zadanie 12.2. (0–2)

| Wymagania egzaminacyjne 2022 | |
|---|---|
| **Wymagania ogólne** | **Wymagania szczegółowe** |
| II. Analiza tekstów popularnonaukowych i ocena ich treści.<br><br>III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów […]. | Zdający:<br>12.3) przeprowadza złożone obliczenia liczbowe, posługując się kalkulatorem;<br>12.4) interpoluje, ocenia orientacyjnie wartość pośrednią (interpolowaną) między danymi w tabeli, także za pomocą wykresu.<br>3.4) (P) opisuje rozpad izotopu promieniotwórczego, posługując się pojęciem czasu połowicznego rozpadu […]. |

**Zasady oceniania** (dla rozwiązań sposobami 1. lub 2.)

2 pkt – poprawna metoda obliczenia ilorazu średnich aktywności **oraz** podanie prawidłowego wyniku.

1 pkt – poprawne obliczenie średniej aktywności w jednym z dwóch przedziałów czasu.

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

**Zasady oceniania** (dla rozwiązań sposobem 3.)

2 pkt – poprawna metoda oszacowania ilorazu średnich aktywności **oraz** podanie prawidłowego wyniku.

1 pkt – oszacowanie ilorazu aktywności na podstawie prawa zaniku promieniotwórczego z wykorzystaniem czasu połowicznego rozpadu tzn. zapisanie wyrażenia równoważnego do:

$$\frac{A_{120_160}}{A_{0_40}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{120}{27}}$$

0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

**Przykładowe rozwiązania**

Sposób 1.

Zgodnie z definicją i danymi odczytanymi z tabeli średnia aktywność badanej próbki w czasie od $t = 120\ \text{min}$ do $t = 160\ \text{min}$ wynosi:

$$A_{120_160} = \frac{1966 - 1903}{160\ \text{min} - 120\ \text{min}} = \frac{63}{40\ \text{min}} = \frac{1{,}575}{\text{min}}$$

Zgodnie z definicją i danymi odczytanymi z tabeli średnia aktywność badanej próbki w czasie od $t = 0$ do $t = 40\ \text{min}$ wynosi:

$$A_{0_40} = \frac{1275}{40\ \text{min} - 0\ \text{min}} = \frac{1275}{40\ \text{min}} = \frac{31{,}875}{\text{min}}$$

Obliczymy stosunek średnich aktywności:

$$\frac{A_{120_160}}{A_{0_40}} = \frac{1{,}575}{31{,}875} \approx 0{,}05$$

Arkusze do pobrania: Arkuszmaturalny.pl
Książki do matury: Sklepmaturalny.pl

Sposób 2.

Iloraz aktywności średnich obliczymy zgodnie z definicją i danymi odczytanymi z tabelki:

$$\frac{A_{120_160}}{A_{0_40}} = \frac{\frac{1966-1903}{40\ \text{min}}}{\frac{1275-0}{40\ \text{min}}} = \frac{\frac{63}{40\ \text{min}}}{\frac{1275}{40\ \text{min}}} = \frac{63}{1275} \approx 0{,}05$$

Sposób 3. (szacowanie z wykorzystaniem czasu połowicznego rozpadu)

Wykorzystamy fakt, że aktywność pierwiastka promieniotwórczego zmienia się w czasie w taki sam sposób, jak zmienia się w czasie liczba jąder pierwiastka promieniotwórczego:

$$\frac{A(t)}{A_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

Średnią aktywność w danym przedziale czasu oszacujemy aktywnością w chwili połowy tego przedziału czasowego:

$$\frac{A_{120_160}}{A_{0_40}} \approx \frac{A(140\ \text{min})}{A(20\ \text{min})} \approx \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{140\ \text{min}}{27\ \text{min}}} : \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{20\ \text{min}}{27\ \text{min}}} \approx \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{120}{27}} \approx \left(\frac{1}{2}\right)^{4{,}44} \approx \left(\frac{1}{2}\right)^{4{,}5}$$

Wynik oszacowaliśmy z nadmiarem, aby obliczyć pierwiastek bez kalkulatora naukowego Zatem:

$$\frac{A_{120_160}}{A_{0_40}} \approx \left(\frac{1}{2}\right)^{4{,}5} = \left(\frac{1}{2}\right)^{4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{16} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}} \approx 0{,}04$$

**Zadanie 12.3. (0–1)**

| **Wymagania egzaminacyjne 2022** | |
|---|---|
| **Wymaganie ogólne** | **Wymagania szczegółowe** |
| I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie. | Zdający:<br>3.1) (P) posługuje się pojęciami pierwiastek, jądro atomowe, izotop, proton, neutron, elektron; podaje skład jądra atomowego na podstawie liczby masowej i atomowej;<br>3.3) (P) […] opisuje rozpady […] beta (wiadomości o neutrinach nie są wymagane) […];<br>3.5) (P) opisuje reakcje jądrowe, stosując zasadę zachowania liczby nukleonów i zasadę zachowania ładunku oraz zasadę zachowania energii. |

Arkusze do pobrania: Arkuszmaturalny.pl
Książki do matury: Sklepmaturalny.pl

**Zasady oceniania**

1 pkt – poprawne uzupełnienie równania reakcji: wpisanie właściwych liczb atomowych, liczby masowej **oraz** symbolu pierwiastka.

0 pkt – brak spełnienia powyższego kryterium.

**Rozwiązanie**

$$^{214}_{82}\mathrm{Pb} \rightarrow {}^{214}_{83}\mathrm{Bi} + \beta^{-}$$

Arkusze do pobrania: Arkuszmaturalny.pl

Książki do matury: Sklepmaturalny.pl