

Miejsce na identyfikację szkoły

# ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY Z OPERONEM MATEMATYKA

POZIOM ROZSZERZONY

Czas pracy 180 minut

LISTOPAD  
2010

## Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 13 stron (zadania 1–11). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W rozwiązaniach zadań rachunkowych przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie; używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Za rozwiązanie  
wszystkich zadań  
można otrzymać  
łącznie **50 punktów**.

*Życzymy powodzenia!*

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

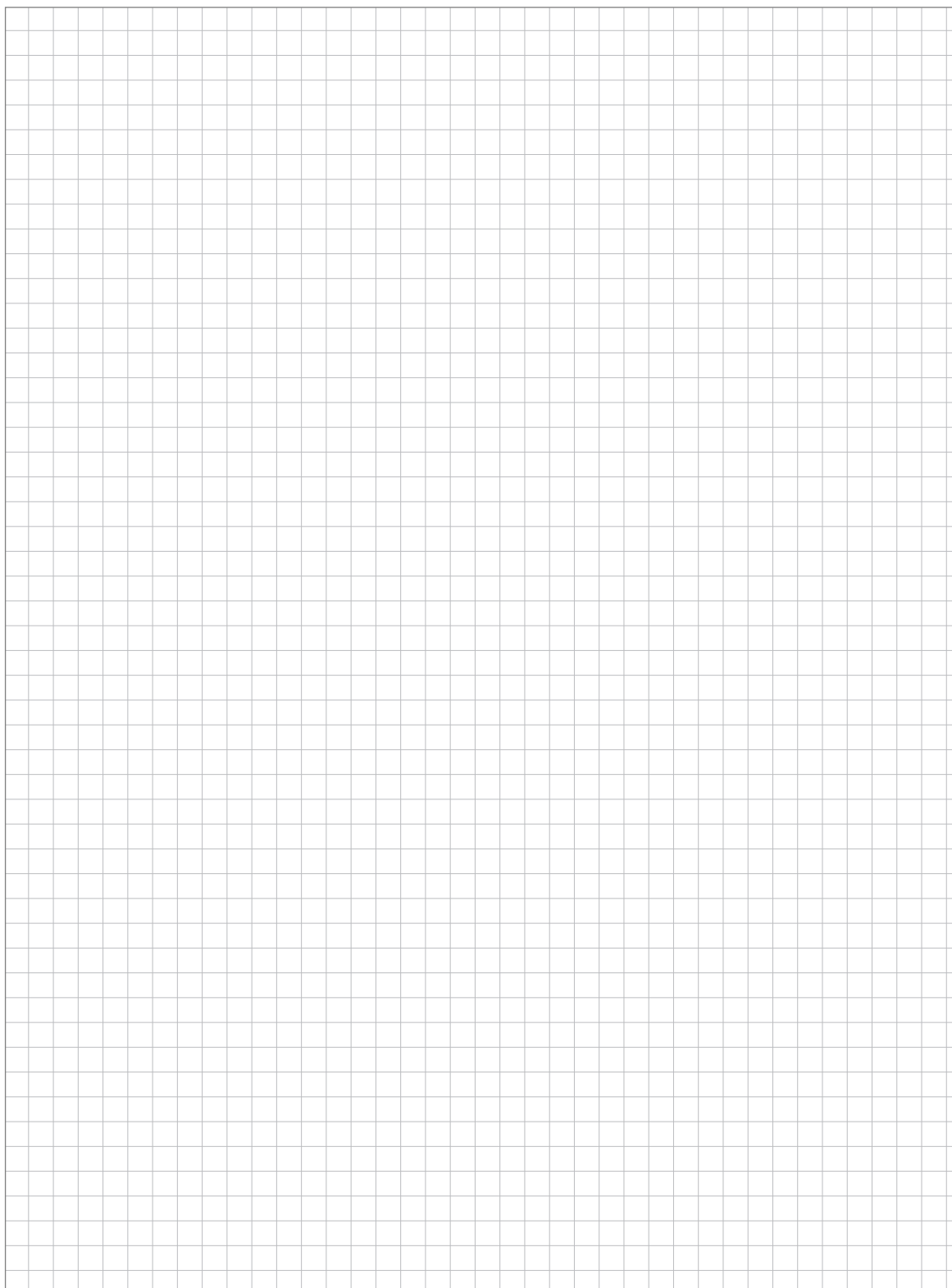
**PESEL ZDAJĄCEGO**

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|--|--|--|

**KOD  
ZDAJĄCEGO**

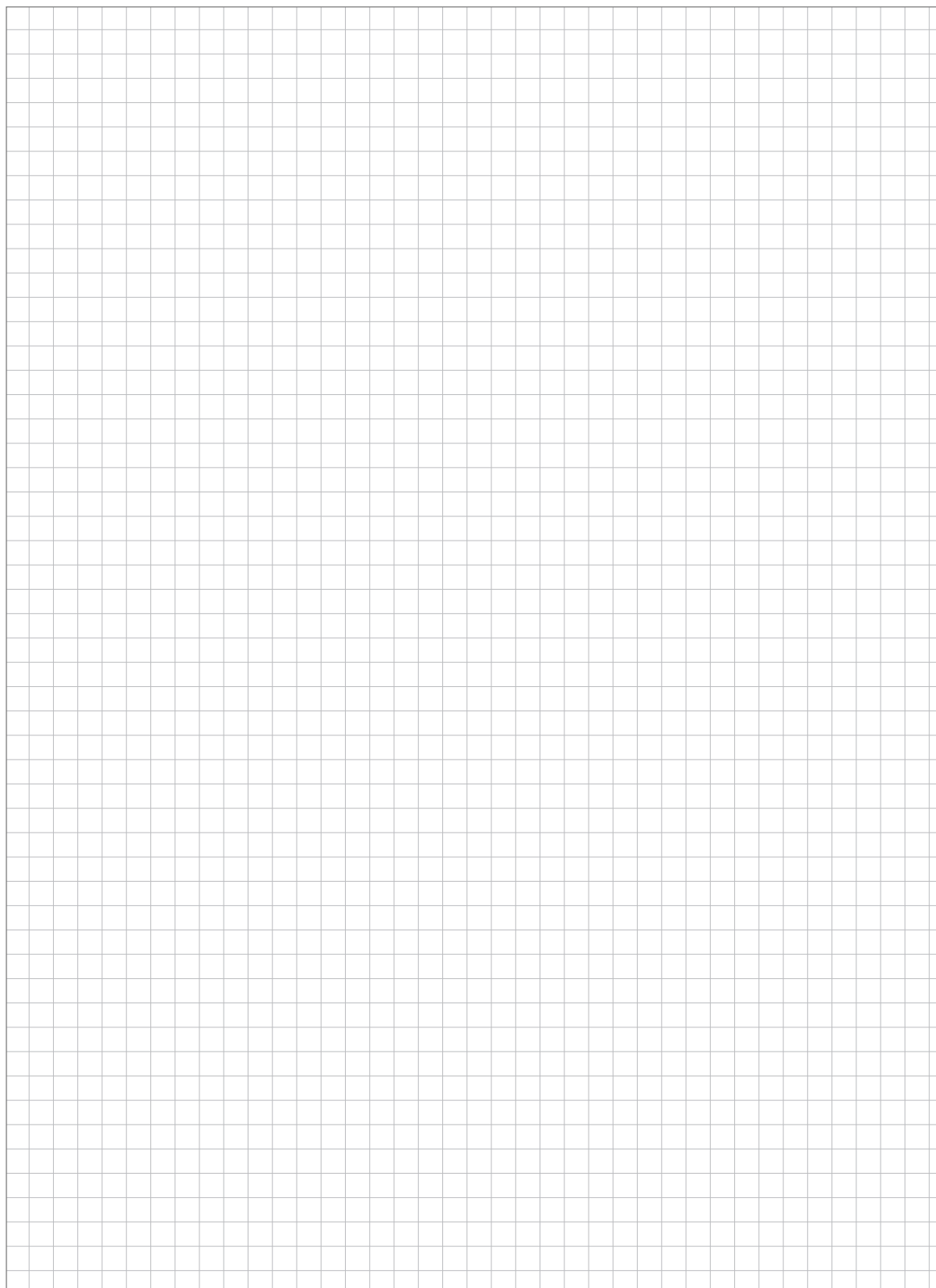
**Zadanie 1. (4 pkt)**

Wyznacz wszystkie liczby całkowite, dla których wartość wyrażenia  $\frac{(9x^2 - 4)(x + 1)}{3x^3 + 2x^2 - 3x - 2}$  jest liczbą całkowitą.



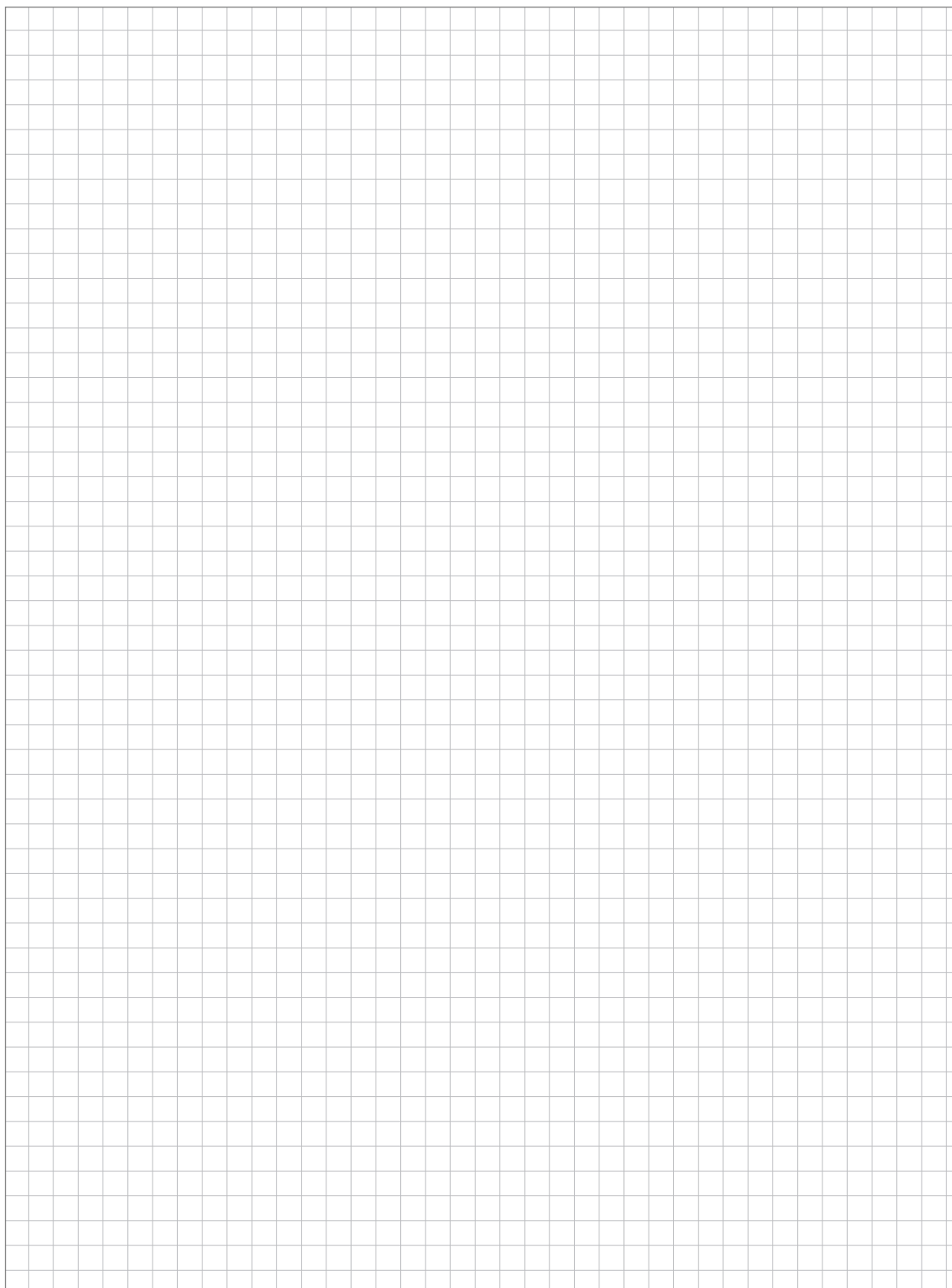
**Zadanie 2. (4 pkt)**

Wykaż, że wśród rozwiązań równania  $|x + 2| - |x - 4| = 6$  istnieje takie, które jest liczbą niewymierną.



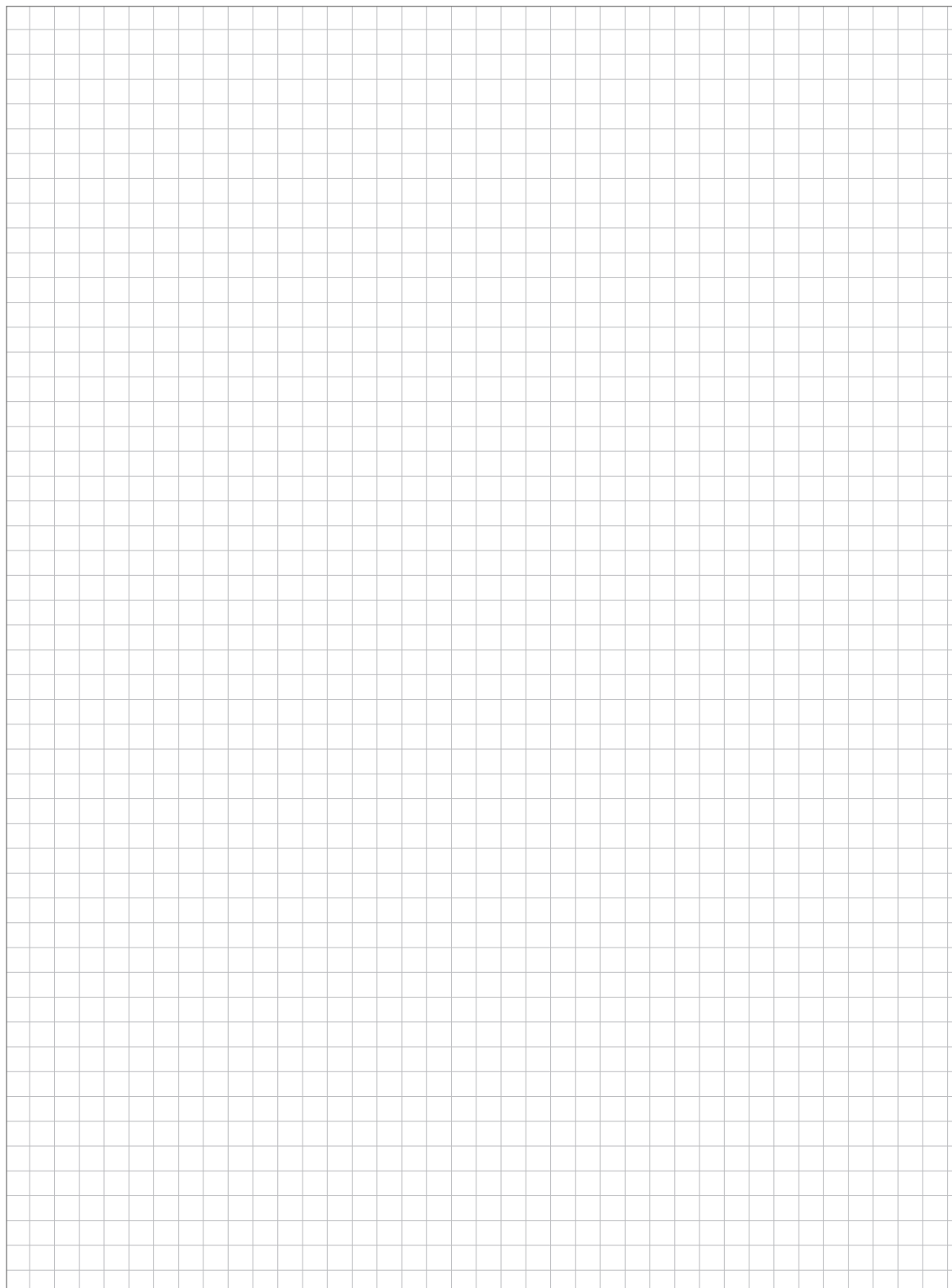
**Zadanie 3. (5 pkt)**

Na trapezie opisano okrąg, którego średnica jest jedną z podstaw trapezu. Przekątna trapezu ma długość 12, a długość okręgu wynosi  $13\pi$ . Oblicz pole trapezu.



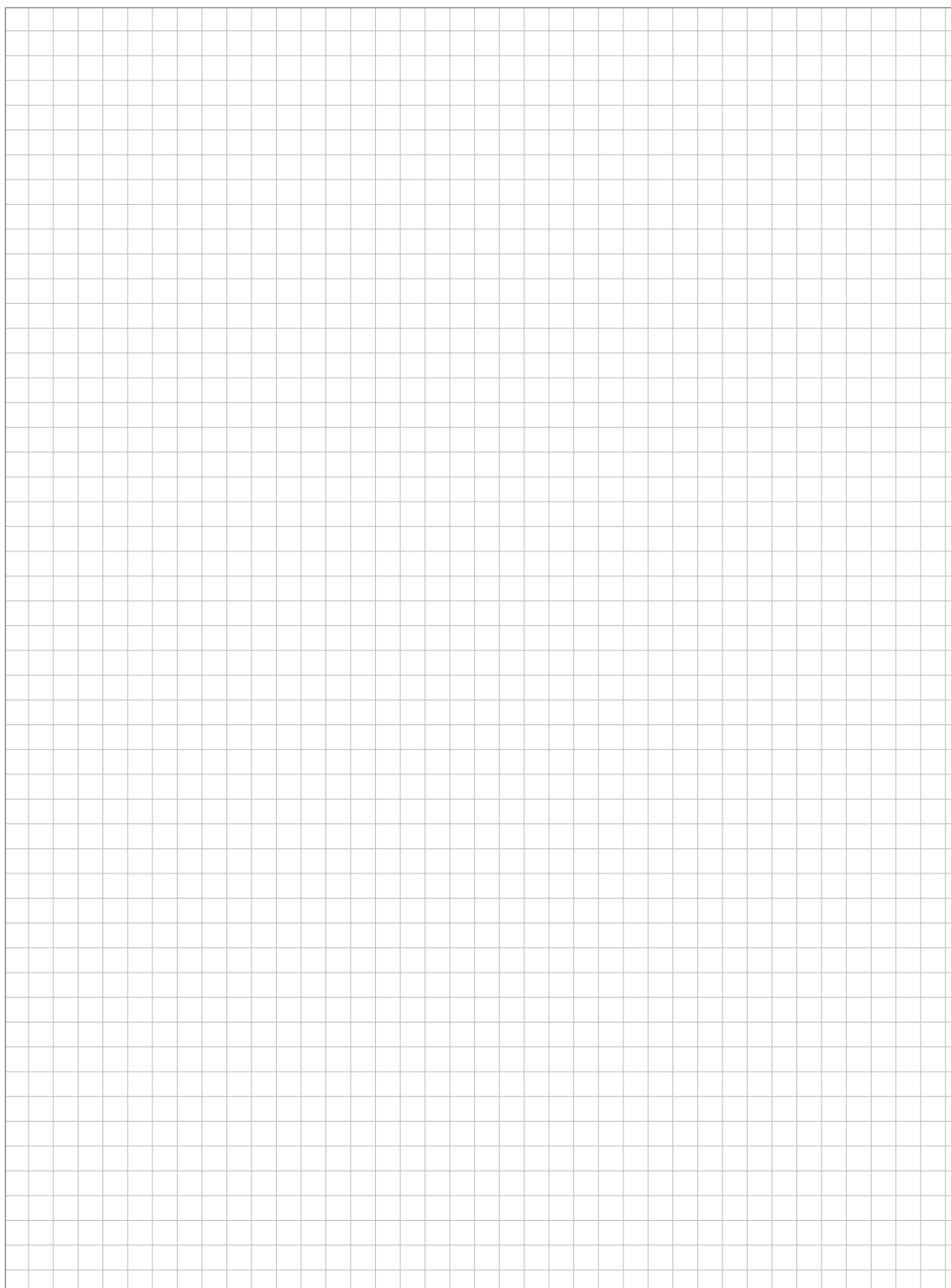
**Zadanie 4. (4 pkt)**

Reszty z dzielenia wielomianu  $W(x)$  przez  $(x - 1)$ ,  $(x + 1)$ ,  $(x + 2)$  są odpowiednio równe  $1$ ,  $-1$ ,  $3$ .  
Znajdź resztę z dzielenia tego wielomianu przez wielomian  $P(x) = (x - 1)(x + 1)(x + 2)$ .



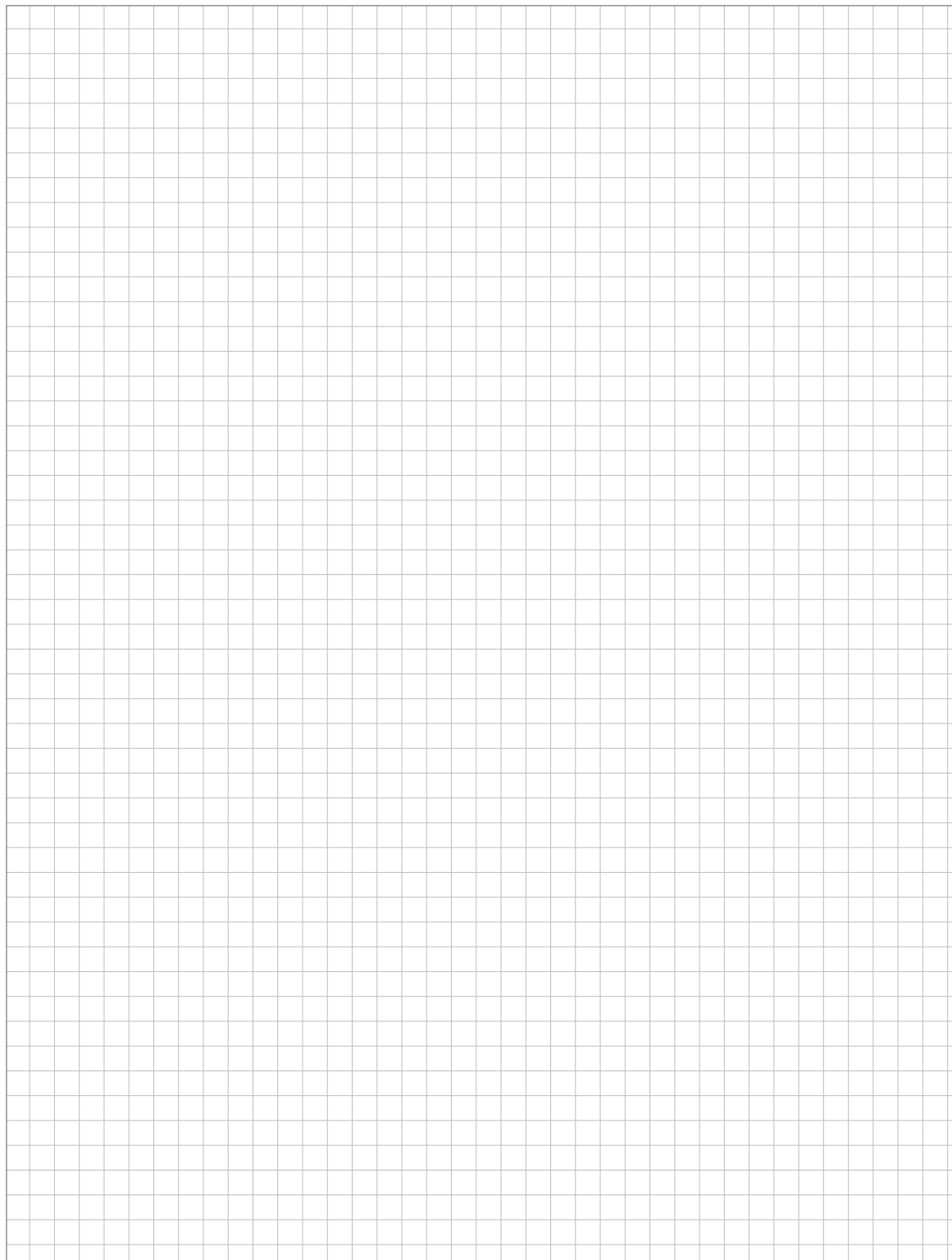
**Zadanie 5. (5 pkt)**

Dla jakich wartości parametru  $m$  suma kwadratów dwóch różnych pierwiastków równania  $x^2 + (m - 5)x + m - 7 = 0$  jest najmniejsza?



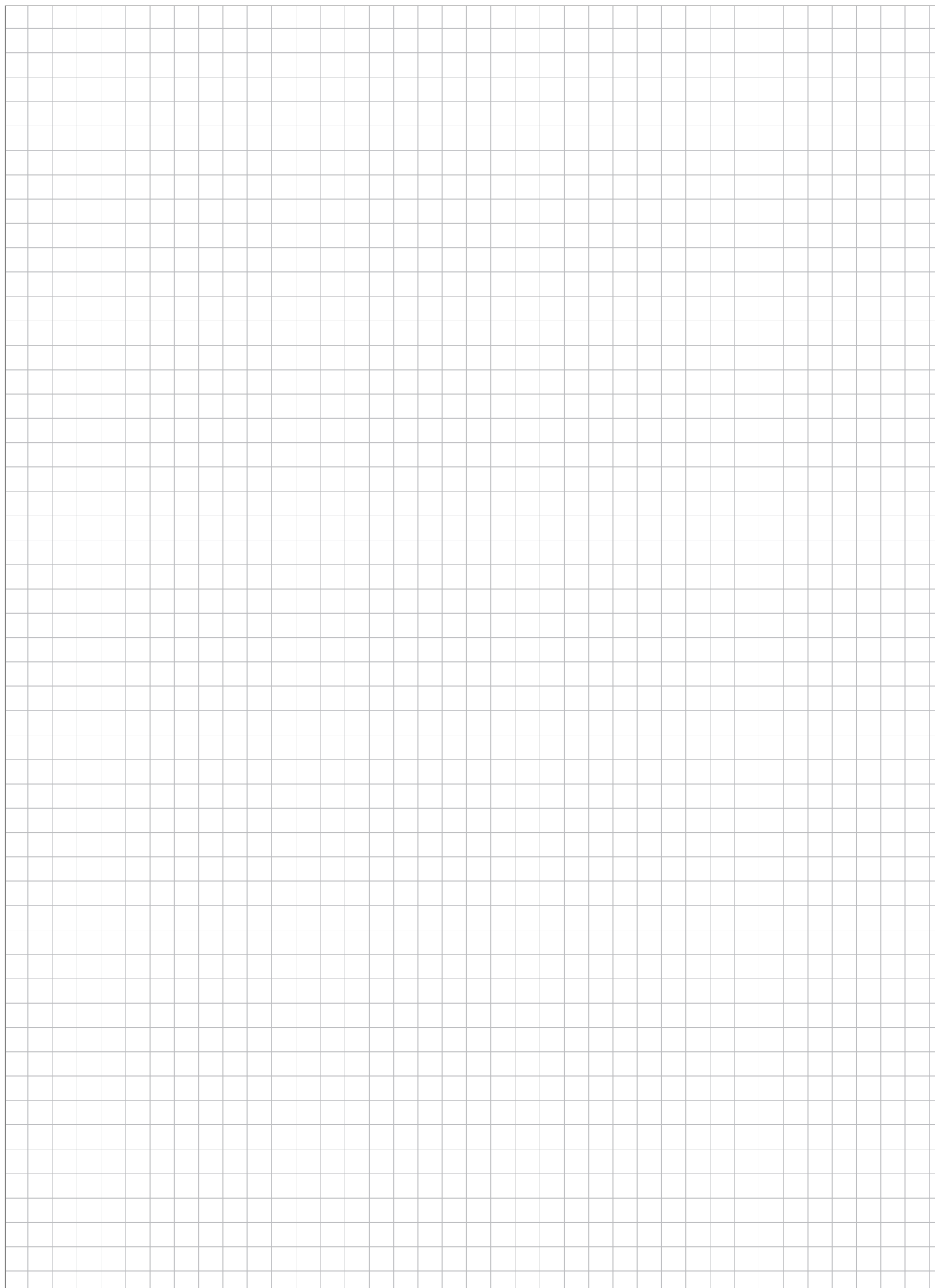
### Zadanie 6. (5 pkt)

Suma długości wszystkich krawędzi graniastosłupa prawidłowego trójkątnego jest równa 60. Wysokość jest o 2 większa od długości boku podstawy. Przez przekątną ściany bocznej i środek krawędzi bocznej, niezawierającej się w tej ścianie, poprowadzono płaszczyznę. Oblicz pole otrzymanego w ten sposób przekroju.



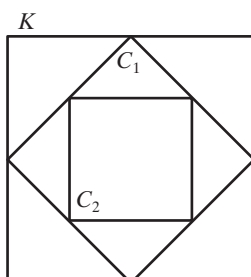
**Zadanie 7. (4 pkt)**

Wykaż, że  $\cos(\alpha + \beta) \cdot \cos(\alpha - \beta) \leq 1$ .



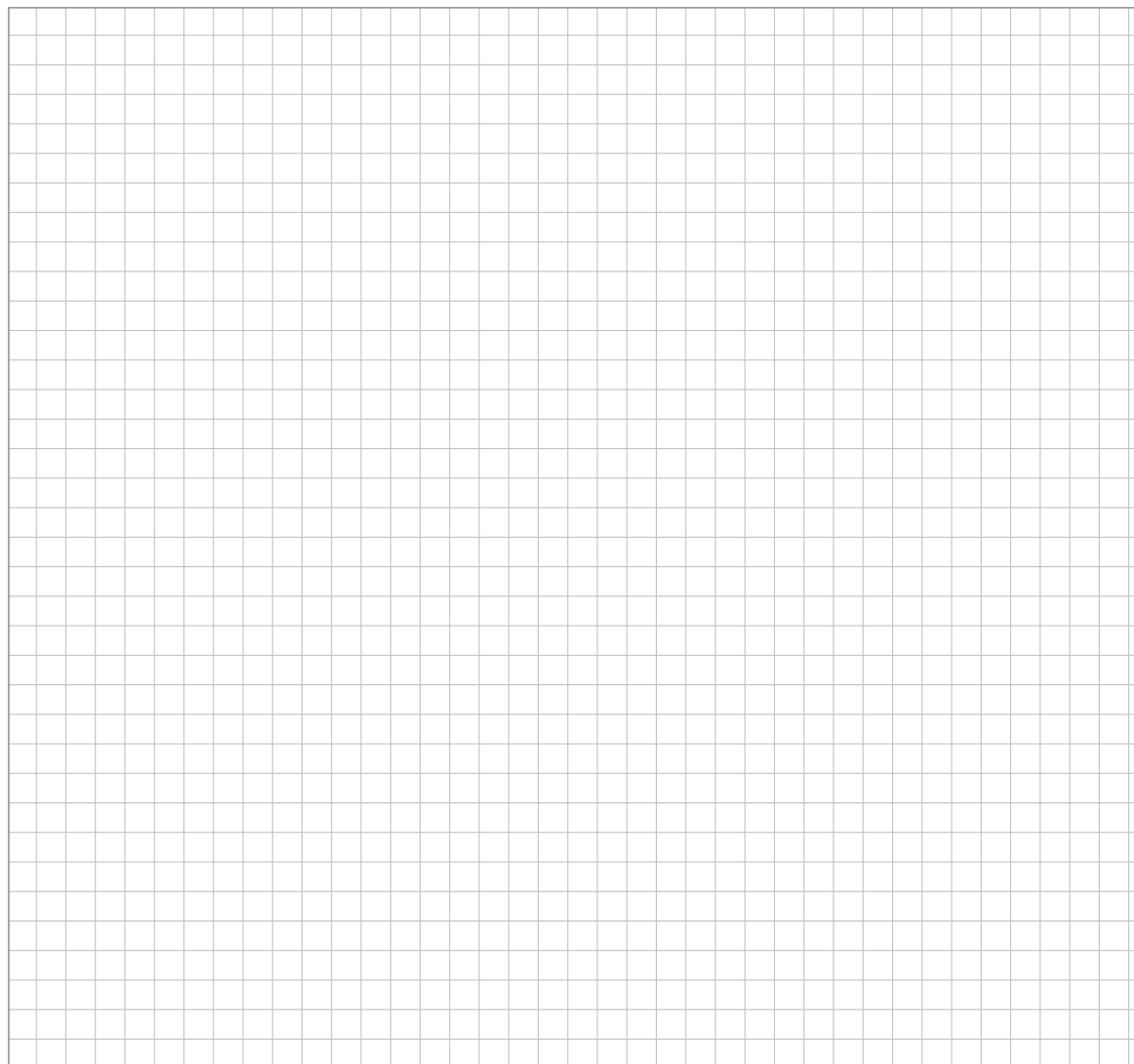
### Zadanie 8. (5 pkt)

Pole kwadratu  $K$  jest równe 8. Środki boków tego kwadratu połączono, tworząc czworokąt  $C_1$ . Następnie połączono środki boków czworokąta  $C_1$ , tworząc czworokąt  $C_2$ . W podobny sposób utworzono czworokąty  $C_3, C_4, \dots$



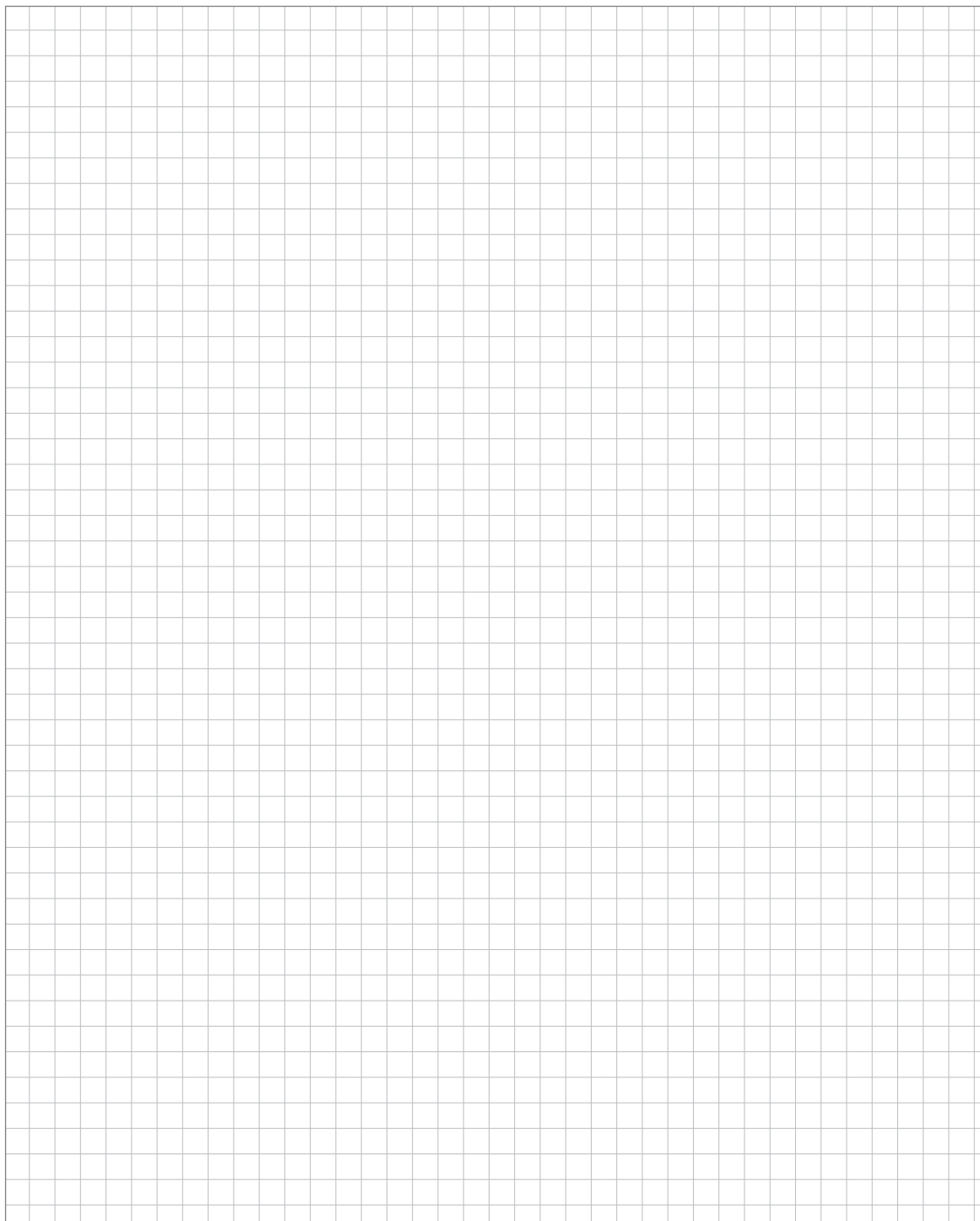
Suma pól czworokątów  $K + C_1 + C_2 + \dots + C_n$  jest równa  $15\frac{3}{4}$ .

Znajdź liczbę  $n$ .



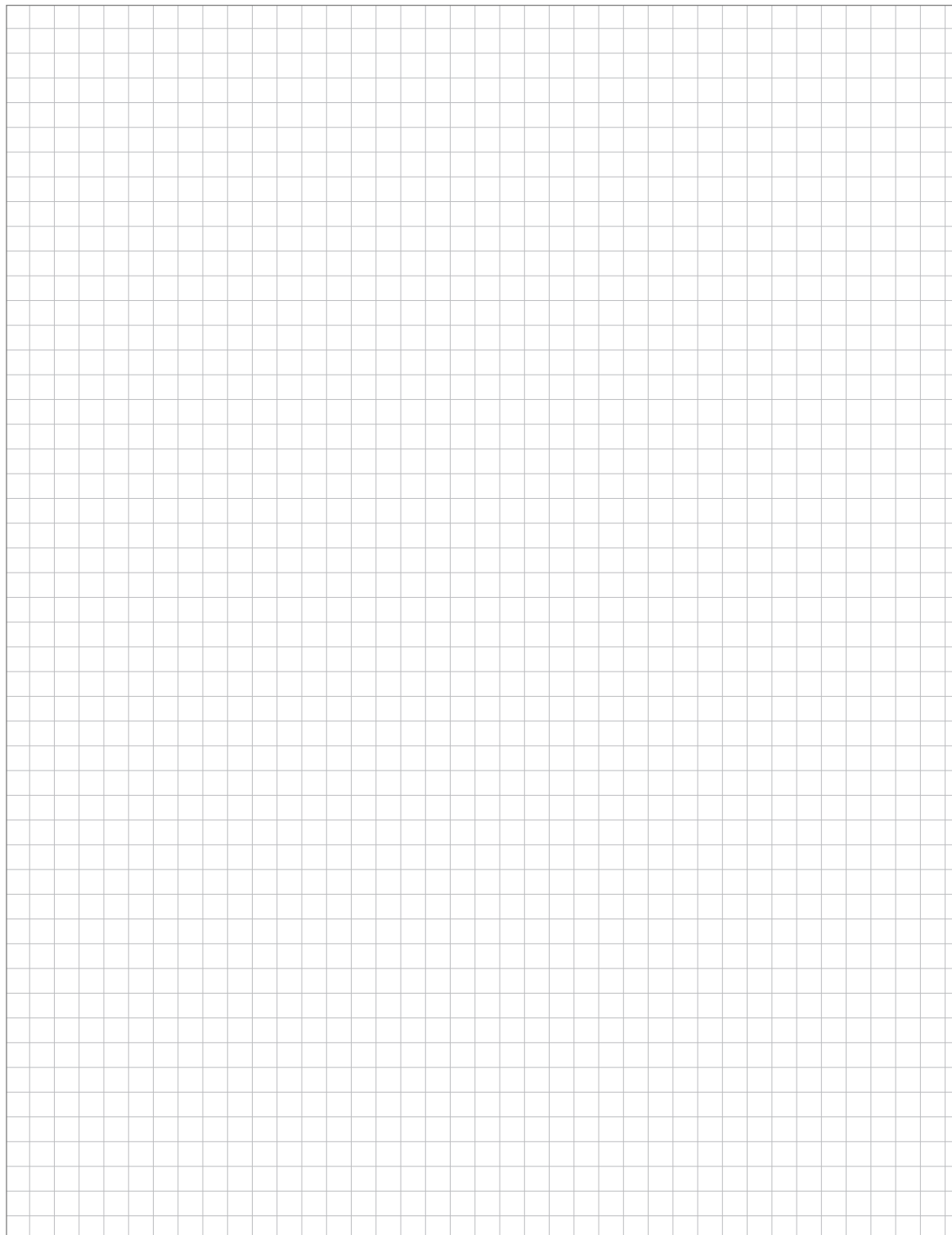
**Zadanie 9. (5 pkt)**

W szufladzie znajdują się skarpetki zielone i niebieskie. Zielone skarpetki są co najmniej dwie, a niebieskich było dwa razy więcej niż zielonych. Z szuflady w sposób losowy wyciągnięto jedną skarpetkę, odłożono ją i wyciągnięto kolejną. Prawdopodobieństwo, że wylosowane w ten sposób dwie skarpetki były koloru zielonego, jest o  $\frac{13}{33}$  mniejsze od prawdopodobieństwa, że wyciągnięto dwie skarpetki różnych kolorów. Oblicz, ile skarpetek było w szufladzie.



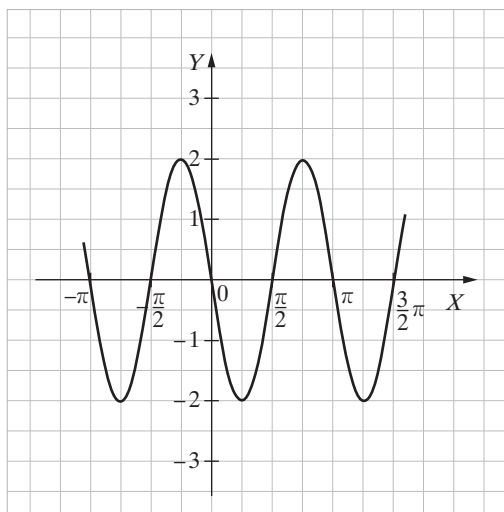
**Zadanie 10. (5 pkt)**

Dany jest okrąg o środku w punkcie  $(2, 1)$  i promieniu  $\sqrt{17}$ . Punkty  $A, B$  są punktami przecięcia tego okręgu z osią  $OX$ . Punkt  $C$  leży na prostej  $3x - y + 3 = 0$ , a pole trójkąta  $ABC$  jest równe 24. Oblicz współrzędne punktu  $C$ .



**Zadanie 11. (4 pkt)**

Rysunek przedstawia fragment wykresu funkcji  $y = f(x)$ , otrzymanego z wykresu funkcji  $g(x) = \sin x$  w wyniku odpowiednich przekształceń. Znajdź wzór funkcji  $f$  i rozwiąż równanie  $f(x) = -\sqrt{3}$ .



## BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)