

Miejsce na identyfikację szkoły

ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY Z OPERONEM MATEMATYKA

POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy: 170 minut

LISTOPAD
2014

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 13 stron (zadania 1.–34). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–25.) zaznacz jedną poprawną odpowiedź.
4. W rozwiązaniach zadań otwartych (26.–34.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
5. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Życzymy powodzenia!

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

PESEL ZDAJĄCEGO

--	--	--

**KOD
ZDAJĄCEGO**

Arkusz opracowany przez Wydawnictwo Pedagogiczne OPERON.

Kopiowanie w całości lub we fragmentach bez zgody wydawcy zabronione. Wydawca zezwala na kopiowanie zadań przez dyrektorów szkół biorących udział w programie Próbną Maturę z OPERONEM.

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1.–25. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}-1}$ jest równa liczbie:

A. $\sqrt{10}-\sqrt{5}$

B. $\sqrt{10}+\sqrt{5}$

C. $\sqrt{7}-\sqrt{5}$

D. $\sqrt{7}+\sqrt{5}$

Zadanie 2. (0–1)

Dana jest funkcja f określona wzorem $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{dla } x \in (-\infty, -2) \\ -\frac{1}{3}x + 1 & \text{dla } x \in (-2, 3) \\ 2x - 8 & \text{dla } x \in [3, +\infty) \end{cases}$.

Miejscem zerowym tej funkcji jest:

A. -1

B. 1

C. 3

D. 4

Zadanie 3. (0–1)

Liczba $a = \frac{(2^3)^4}{2^{-5}}$ jest równa liczbie:

A. 2^2

B. 2^7

C. 2^{12}

D. 2^{17}

Zadanie 4. (0–1)

Jeśli cenę towaru obniżono najpierw o 10%, a potem o 15%, to znaczy, że po dwóch obniżkach cena końcowa jest obniżona w stosunku do początkowej o:

A. 23,5%

B. 25%

C. 25,5%

D. 26%

Zadanie 5. (0–1)

Jeżeli liczbę $x = \frac{2}{3}$ przybliżymy z dokładnością do dwóch miejsc po przecinku, to błąd względny tego przybliżenia jest równy:

A. $\frac{1}{2}\%$

B. 1%

C. $\frac{1}{3}\%$

D. $\frac{2}{3}\%$

Zadanie 6. (0–1)

Jeśli do wykresu funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ należy punkt $A = \left(-\frac{1}{4}, 8\right)$, to:

A. $a = -32$

B. $a = -2$

C. $a = 2$

D. $a = 32$

Zadanie 7. (0–1)

Prosta l ma równanie $6x + 10y + 7 = 0$. Współczynnik kierunkowy prostej k prostopadłej do prostej l jest równy:

A. $a = -\frac{1}{6}$

B. $a = \frac{1}{6}$

C. $a = -\frac{5}{3}$

D. $a = \frac{5}{3}$

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)



Zadanie 8. (0–1)

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) . Suma częściowa tego ciągu wyraża się wzorem $S_n = 5n^2 - 7n$.

Drugi wyraz ciągu jest równy:

- A. 4 B. 6 C. 8 D. 10

Zadanie 9. (0–1)

Liczba trzycyfrowych liczb naturalnych o różnych cyfrach jest równa:

- A. $10 \cdot 9 \cdot 8$ B. $9 \cdot 9 \cdot 8$ C. $10 \cdot 10 \cdot 8$ D. $9 \cdot 8 \cdot 8$

Zadanie 10. (0–1)

Różnica między większym i mniejszym rozwiązaniem równania $(x+7)(x+1)=0$ jest równa:

- A. -8 B. -6 C. 6 D. 8

Zadanie 11. (0–1)

Wyrażenie wymierne $W = \frac{16x^2 - 25}{16x^2 + 40x + 25}$ po skróceniu przyjmuje postać:

- A. $W = \frac{4x-5}{4x+5}$ B. $W = \frac{4x+5}{4x-5}$ C. $W = \frac{-25x}{40x+25}$ D. $W = \frac{-1}{40x}$

Zadanie 12. (0–1)

Dziedziną funkcji f określonej wzorem $f(x) = \frac{1}{x^2 + 4x}$ jest zbiór:

- A. $R \setminus \{-4\}$ B. $R \setminus \{4\}$ C. $R \setminus \{-4, 0\}$ D. $R \setminus \{0, 4\}$

Zadanie 13. (0–1)

Dana jest funkcja określona wzorem $f(x) = -x^2 - 4x + 5$. Zbiorem wartości tej funkcji jest:

- A. $(-9, +\infty)$ B. $\langle 9, +\infty)$ C. $(-\infty, -9)$ D. $(-\infty, 9)$

Zadanie 14. (0–1)

Liczba rozwiązań rzeczywistych równania $81 + x^3 = 0$ to:

- A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

Zadanie 15. (0–1)

Jeśli α jest kątem rozwartym i $\sin \alpha = \frac{12}{13}$, to:

- A. $\cos \alpha = \frac{13}{12}$ B. $\cos \alpha = -\frac{13}{12}$ C. $\cos \alpha = \frac{5}{13}$ D. $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$

Zadanie 16. (0–1)

Liczba przeciwna do liczby $10^{-\frac{5}{3}}$ to liczba:

- A. $10^{-\frac{5}{3}}$ B. $10^{\frac{5}{3}}$ C. $-10^{-\frac{3}{5}}$ D. $-10^{-\frac{5}{3}}$

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

A large rectangular area filled with a fine grid of squares, intended for rough work or calculations. The grid is composed of 20 columns and 30 rows of squares.

Zadanie 17. (0–1)

Wzór funkcji, której wykres powstaje przez przesunięcie równoległe wzdłuż osi OY wykresu funkcji $f(x) = 3^x$ o 4 jednostki w dół, to:

- A. $y = 3^x - 4$ B. $y = 3^x + 4$ C. $y = 3^{x-4}$ D. $y = 3^{x+4}$

Zadanie 18. (0–1)

Rozwiązaniem nierówności $(x - 5)^2 \leq 0$ jest:

- A. zbiór liczb rzeczywistych B. zbiór pusty
C. liczba -5 D. liczba 5

Zadanie 19. (0–1)

Dany jest trójkąt prostokątny o kącie ostrym α . Jeśli $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ i przeciwprostokątna ma długość 20, to dłuższa przyprostokątna ma długość:

- A. 10 B. 12 C. 16 D. 18

Zadanie 20. (0–1)

Wysokość trójkąta równobocznego jest o 4 krótsza od długości boku. Długość boku trójkąta jest równa:

- A. $8(2 + \sqrt{3})$ B. $8(2 - \sqrt{3})$ C. $4\sqrt{3}$ D. $8\sqrt{3}$

Zadanie 21. (0–1)

Pole trójkąta jest równe $18\sqrt{3}$, a kąt ma miarę 60° . Jeden z boków przyległych do tego kąta ma długość 12. Oznacza to, że drugi z boków przyległych do kąta 60° ma długość:

- A. 4 B. 6 C. 8 D. 10

Zadanie 22. (0–1)

Jeśli wszystkie krawędzie ostrosłupa prawidłowego czworokątnego mają jednakowe długości, to ściana boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod takim kątem α , że:

- A. $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ B. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$ D. $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

Zadanie 23. (0–1)

Przekrój osiowy walca jest kwadratem o przekątnej długości 8. Objętość tego walca jest równa:

- A. $216\pi\sqrt{2}$ B. $128\pi\sqrt{2}$ C. $64\pi\sqrt{2}$ D. $32\pi\sqrt{2}$

Zadanie 24. (0–1)

Prosta l jest styczna do okręgu o środku S w punkcie A , AC jest średnicą okręgu, a AB jest jego cięciwą. Kąt między prostą l i cięciwą AB jest równy 52° . Zatem kąt ACB ma miarę:

- A. 42° B. 48° C. 52° D. 58°

Zadanie 25. (0–1)

Rzucono dwa razy kostką sześcienną do gry. Prawdopodobieństwo tego, że suma wyrzuconych oczek jest równa 6, jest równe:

- A. $\frac{3}{36}$ B. $\frac{4}{36}$ C. $\frac{5}{36}$ D. $\frac{6}{36}$

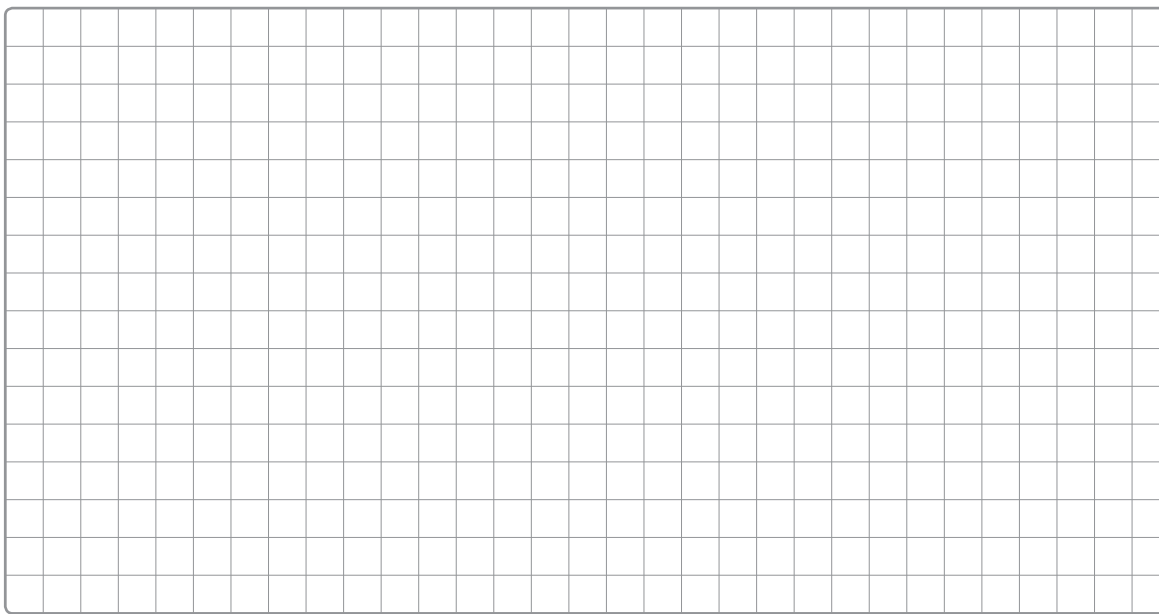
BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

ZADANIA OTWARTE

Rozwiązania zadań 26.–34. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 26. (0–2)

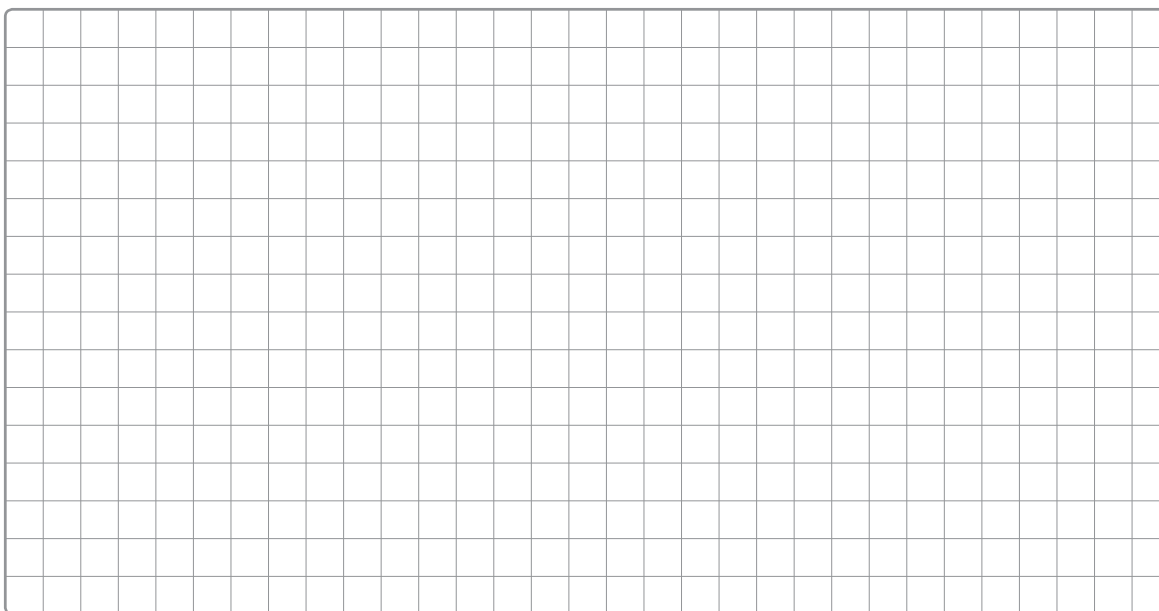
Rozwiąż nierówność $-5x^2 + 10x > 0$.



Odpowiedź:

Zadanie 27. (0–2)

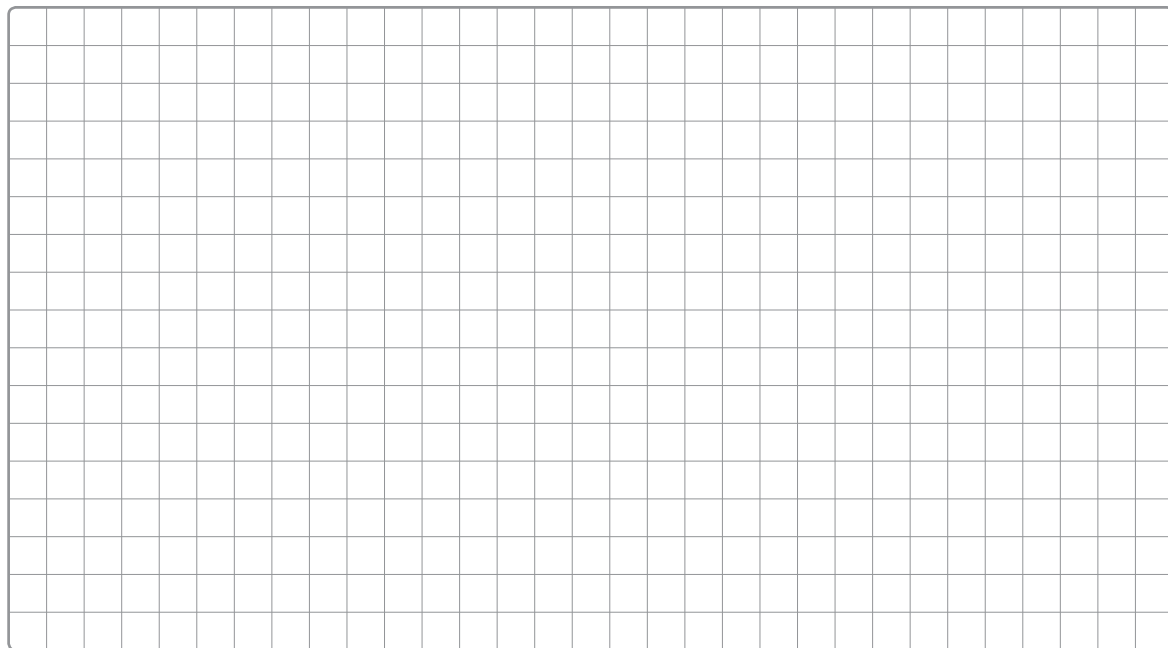
Rozwiąż równanie $\frac{5x+6}{x} = x$.



Odpowiedź:

Zadanie 28. (0–2)

Dany jest odcinek AB o środku $S = (7, 2)$. Wyznacz współrzędne punktu A , wiedząc, że $B = (-3, 11)$.



Odpowiedź:

Zadanie 29. (0–2)

W ciągu geometrycznym trzeci wyraz jest równy $\frac{32}{3}$, a drugi wyraz jest równy 16. Wyznacz pierwszy wyraz i iloraz tego ciągu.



Odpowiedź:

Zadanie 30. (0–2)

Sprawdź, że dla każdego kąta ostrego α prawdziwa jest tożsamość:
 $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 2$.

Odpowiedź:

Zadanie 31. (0–2)

Wykaż, że prawdziwe jest równanie $(11 - \sqrt{21})^{\frac{1}{2}} + (11 + \sqrt{21})^{\frac{1}{2}} = \sqrt{42}$.

Odpowiedź:

Zadanie 32. (0–4)

Trójmian kwadratowy $y = ax^2 + bx + c$ osiąga najmniejszą wartość równą -1 dla argumentu $\frac{3}{2}$.
Do wykresu trójmianu należy punkt $A = (3, 8)$. Wyznacz współczynniki a, b, c .



Odpowiedź:

Zadanie 33. (0–4)

Pole prostokąta jest równe 228. Jeśli długość jednego boku zmniejszymy o 5, a długość drugiego boku zwiększymy o 2, to otrzymamy kwadrat. Wyznacz długości boków prostokąta.



Odpowiedź:

Zadanie 34. (0–5)

Dany jest stożek, którego przekrój osiowy jest trójkątem prostokątnym. Objętość stożka jest równa $V = 18\pi\sqrt{2}$. Wyznacz pole powierzchni całkowitej stożka.



Odpowiedź:

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

A large rectangular area filled with a fine grid of squares, intended for rough work or calculations. The grid is composed of 20 columns and 30 rows of squares.