

Miejsce na identyfikację szkoły

ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY Z OPERONEM MATEMATYKA

POZIOM ROZSZERZONY

Czas pracy: 180 minut

LISTOPAD
2015

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 16 stron (zadania 1.–18.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–5.) zaznacz jedną poprawną odpowiedź.
4. W zadaniach kodowanych (6.–10.) wpisz w tabelę wyniku trzy cyfry wymagane w poleceniu.
5. W rozwiązaniach zadań otwartych (11.–18.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
6. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
10. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

Życzymy powodzenia!

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

PESEL ZDAJĄCEGO

--	--	--

**KOD
ZDAJĄCEGO**

Arkusz opracowany przez Wydawnictwo Pedagogiczne OPERON.

Kopiowanie w całości lub we fragmentach bez zgody wydawcy zabronione. Wydawca zezwala na kopiowanie zadań przez dyrektorów szkół biorących udział w programie Próbną Maturę z OPERONEM.

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1.–5. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Funkcja określona wzorem $f(x) = |x + 3| + 5$:

- A. ma więcej niż dwa miejsca zerowe
- B. ma dwa miejsca zerowe
- C. ma jedno miejsce zerowe
- D. nie ma miejsc zerowych

Zadanie 2. (0–1)

Dokładna wartość liczby $\sin 15^\circ$ to:

- A. $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

Zadanie 3. (0–1)

Funkcja określona wzorem $f(x) = \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{2}x^4 + \frac{1}{3}x^3$:

- A. ma trzy ekstrema lokalne
- B. ma dwa ekstrema lokalne
- C. ma jedno ekstremum lokalne
- D. nie ma ekstremów lokalnych

Zadanie 4. (0–1)

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny, którego wszystkie krawędzie mają długość a . Ostrosłup przecięto płaszczyzną przechodzącą przez przekątną podstawy i środek przeciwległej do niej krawędzi bocznej. Pole otrzymanego przekroju jest równe:

- A. $P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ B. $P = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ C. $P = \frac{a^2\sqrt{2}}{4}$ D. $P = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$

Zadanie 5. (0–1)

Dany jest ciąg określony wzorem rekurencyjnym $\begin{cases} a_1 = 4 \\ a_{n+1} = \frac{3a_n - n}{2} \end{cases}$. Czwarty wyraz tego ciągu jest równy:

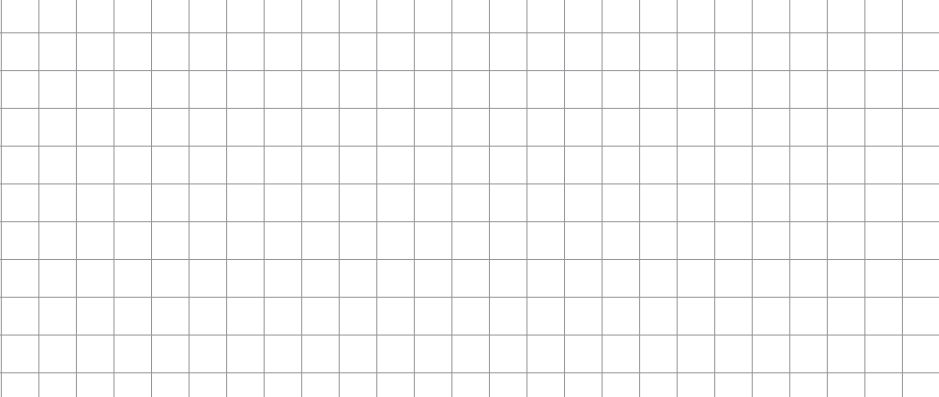
- A. $\frac{8}{2}$ B. $\frac{8}{3}$
C. $\frac{29}{4}$ D. $\frac{75}{8}$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

**W zadaniach 6.–10. zakoduj wynik w kratkach zamieszczonych pod poleceniem.
W zadaniach 11.–18. rozwiązania należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią.**

Dane są punkty $A = (5, 2)$, $B = (1, -3)$, $C = (-2, -8)$. Oblicz odległość punktu A od prostej l przechodzącej przez punkty B, C . Zakoduj trzy początkowe cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

--	--	--

A large grid of graph paper, consisting of 20 columns and 15 rows of squares, intended for drawing a picture.

Oblicz sinus najmniejszego kąta trójkąta o bokach $a = 8, b = 10, c = 12$. Zakoduj trzy początkowe cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

--	--	--

A large grid of graph paper, consisting of 20 columns and 20 rows of squares, intended for drawing a picture.

Zadanie 8. (0–2)

Dana jest funkcja określona wzorem $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4}$. Oblicz wartość pochodnej tej funkcji dla $x = -\sqrt{7}$. Zakoduj cyfrę jedności i dwie początkowe cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

--	--	--

Zadanie 9. (0–2)

Oblicz granicę $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2+4+6+\dots+2n}{11n^2-1}$. Zakoduj trzy początkowe cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

--	--	--

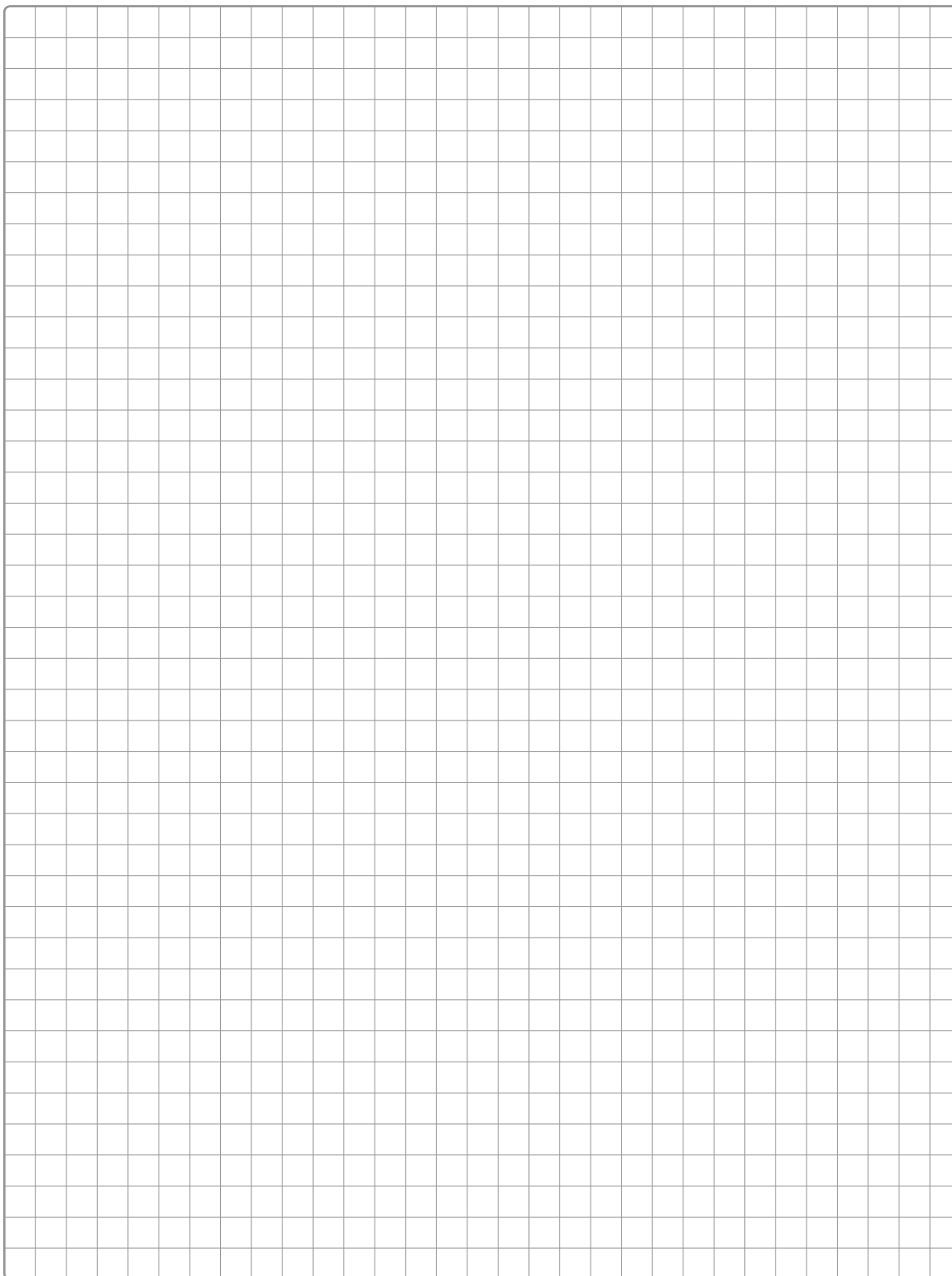
Zadanie 10. (0–2)

Pierwiastkami równania $x^2 + 7x + 4 = 0$ są liczby x_1, x_2 . Oblicz wartość sumy sześciątów liczb x_1, x_2 . Zakoduj cyfrę setek, dziesiątek i jedności wartości bezwzględnej otrzymanego wyniku.

--	--	--

Zadanie 11. (0–3)

Wykaż, że jeśli $\log_{24} 6 = a$, to $\log_6 256 = \frac{4(1-a)}{a}$.



Odpowiedź:

Zadanie 12. (0–3)

Wyznacz równanie stycznej do okręgu o równaniu $x^2 - 6x + y^2 + 10y = 0$ prostopadłej do prostej $3x - 4y + 5 = 0$.



Odpowiedź:

Zadanie 13. (0–4)

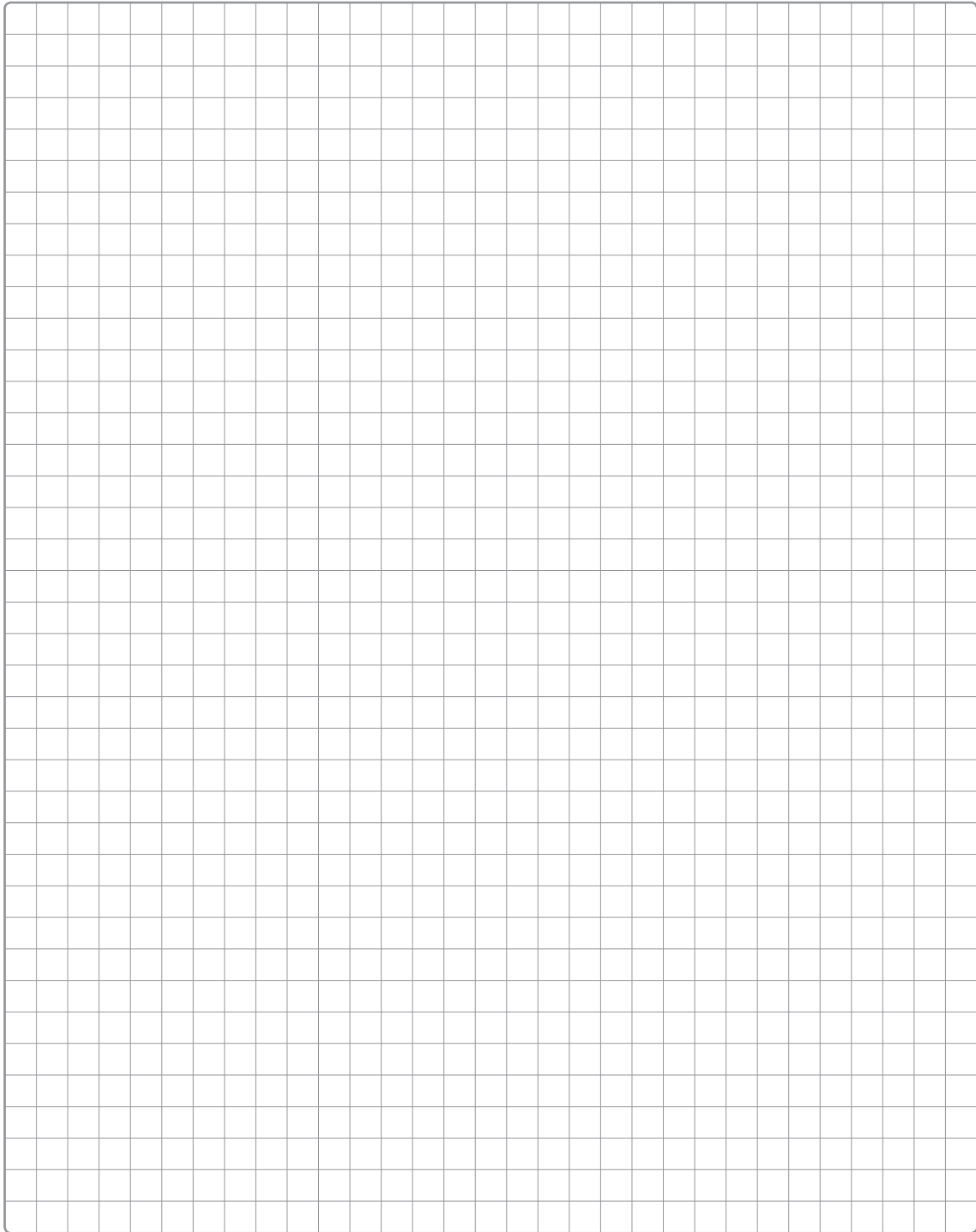
Dany jest trójmian $f(x) = x^2 + (m+2)x + 4$. Wyznacz parametr m , jeśli wiadomo, że ciąg $(x_1, (m+5), x_2)$, gdzie x_1, x_2 są różnymi miejscami zerowymi tego trójmianu, jest geometryczny.



Odpowiedź:

Zadanie 14. (0–4)

Dany jest trójkąt równoboczny ABC , w którym punkt D jest środkiem boku AB . Przez punkt D poprowadzono prostą pod kątem do boku AB , która przecięła bok BC w punkcie E takim, że pole trójkąta BDE jest równe $\frac{1}{8}$ pola trójkąta ABC . Wykaż, że $\alpha = 30^\circ$.



Odpowiedź:

Zadanie 15. (0–4)

Rozwiąż równanie $\sin 2x + \cos 4x = 0$.



Odpowiedź:

Zadanie 16. (0–7)

Puszka ma kształt walca o objętości $\pi \text{ dm}^3$. Wyznacz promień podstawy i wysokość walca, aby pole powierzchni całkowitej puszki było najmniejsze. Oblicz to najmniejsze pole.



Odpowiedź:

Zadanie 17. (0–5)

W urnie U_1 są 3 kule białe i 7 czarnych, a w urnie U_2 jest 5 kul białych i 4 czarne. Wybieramy losowo kulę z urny U_1 i wkładamy do urny U_2 . Następnie z urny U_2 losujemy 2 kule. Oblicz prawdopodobieństwo, że w ten sposób wylosujemy 2 kule białe.



Odpowiedź:

Zadanie 18. (0–5)

Trzy liczby tworzą ciąg arytmetyczny. Jeśli pierwszą liczbę zmniejszymy o 1, drugą liczbę zwiększymy o 15, a trzecią zwiększymy o 37, to otrzymamy ciąg geometryczny. Wyznacz te liczby, jeśli wiadomo, że ich suma jest równa 63.



Odpowiedź:

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Arkusze do pobrania: Arkuszmaturalny.pl

Książki do matury: Sklepymaturalny.pl

