

WPISUJE ZDAJĄCY

KOD

IMIĘ I NAZWISKO *

--	--	--

* nieobowiązkowe

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z NOWĄ ERĄ MATEMATYKA – POZIOM ROZSZERZONY

☐ dysleksja

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera **22** strony (zadania **1–16**).
Ewentualny brak stron zgłoś nauczycielowi nadzorującemu egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadań otwartych może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Podczas egzaminu możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
8. Na tej stronie wpisz swój kod oraz imię i nazwisko.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla osoby sprawdzającej.

STYCZEŃ 2016

**Czas pracy:
180 minut**

**Liczba punktów
do uzyskania: 50**

W zadaniach 1–5 wybierz i zaznacz poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Suma wszystkich rozwiązań równania $||x - 4| - 2| = 3$ jest równa

- A. 8 B. 9 C. 12 D. 16

Zadanie 2. (0–1)

Ciąg (a_n) jest zdefiniowany rekurencyjnie:
$$\begin{cases} a_1 = 4 \\ a_{n+1} = \frac{2a_n}{\sqrt{2}} \text{ dla } n \geq 1 \end{cases}$$

Wskaż wzór ogólny ciągu (b_n) , w którym $b_n = a_n + a_{n+2}$ dla $n \geq 1$.

A. $b_n = (\sqrt{2})^{n+3}$

B. $b_n = 2^{n+4}$

C. $b_n = 3 \cdot 2^{\frac{n+3}{2}}$

D. $b_n = 4 \cdot (\sqrt{2})^{2n}$

Zadanie 3. (0–1)

Jedyny pierwiastek rzeczywisty wielomianu $w(x) = 2x^3 + (c - 5)x^2 + cx - 5$ o współczynnikach całkowitych jest liczbą pierwszą. Zatem parametr c jest równy

- A. 19 B. 4 C. -1 D. -4

Zadanie 4. (0–1)

Liczby x, y, z są dodatnie i różne od 1 oraz $\log_x \sqrt{y} = \frac{1}{3}$ i $\log_y \sqrt[3]{z} = \frac{1}{4}$. Wskaż wartość wyrażenia $\log_z \sqrt[4]{x}$.

- A. 18 B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{5}$

Zadanie 5. (0–1)

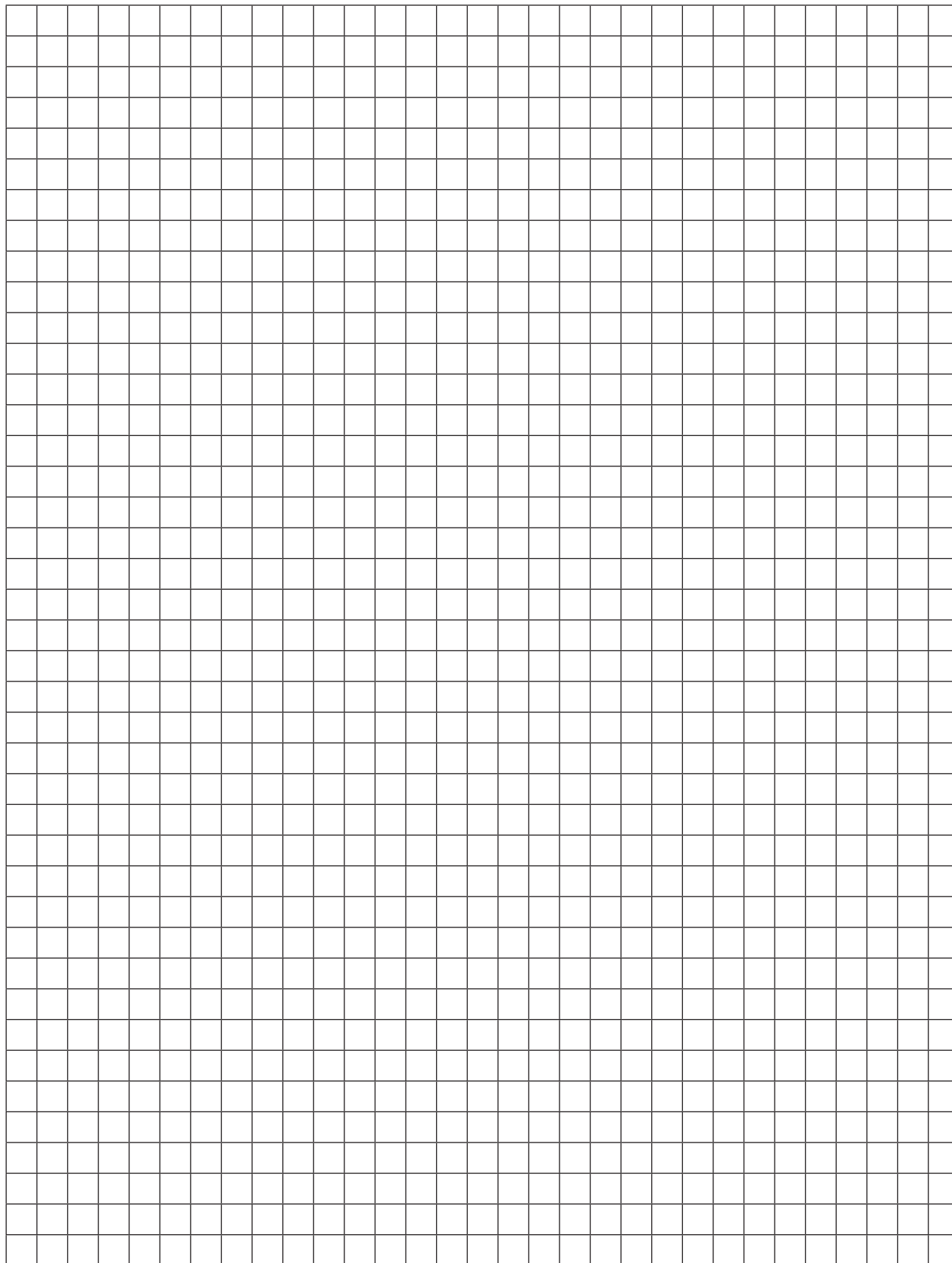
Ile różnych funkcji można utworzyć na zbiorze $X = \{-2, -1, 3, 4\}$ o wartościach ze zbioru $Y = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$?

- A. 2880 B. 1296 C. 360 D. 24

[illegible]3 z 22

Zadanie 8. (0–3)

W trójkącie prostokątnym ABC , w którym bok AB jest przeciwprostokątną, na boku BC obrano punkt D taki, że $|\sphericalangle DAB| = 2|\sphericalangle CAD|$. Długość odcinka BD jest równa a , a kąt CAD ma miarę α . Wykaż, że $|AD| = \frac{a(1 - 4\sin^2\alpha)}{2\sin\alpha}$.



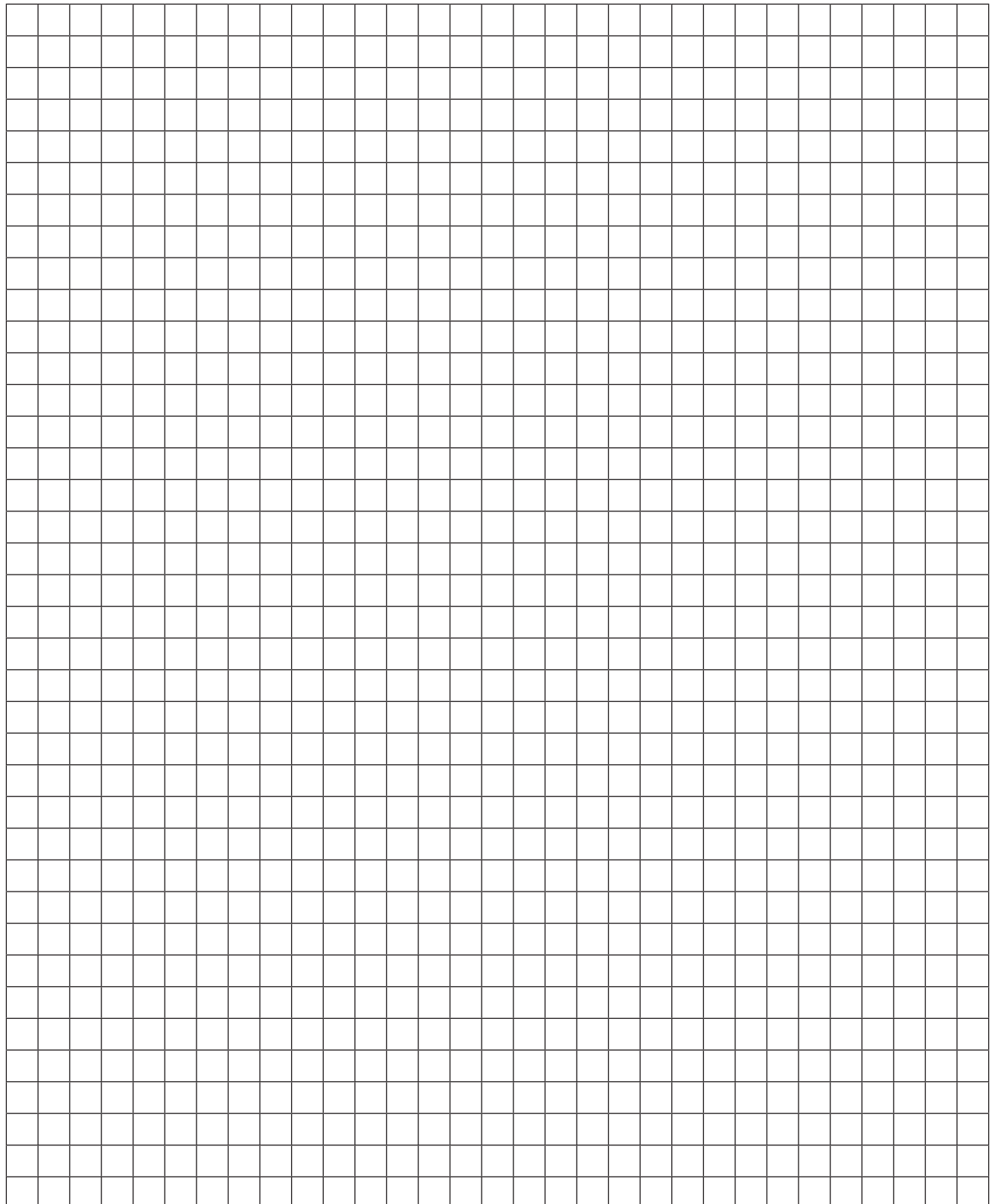
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The grid covers the entire area of the page, leaving no margins or other markings.7 z 22

Wykaż, że wielomian $f(x) = 3x^{10} - 5x^6 + 3$ nie ma pierwiastków rzeczywistych.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

Zadanie 10. (0–4)

Rozwiąż równanie $\sin x \cos 3x + \operatorname{tg} x \cos^2 x = 0$.

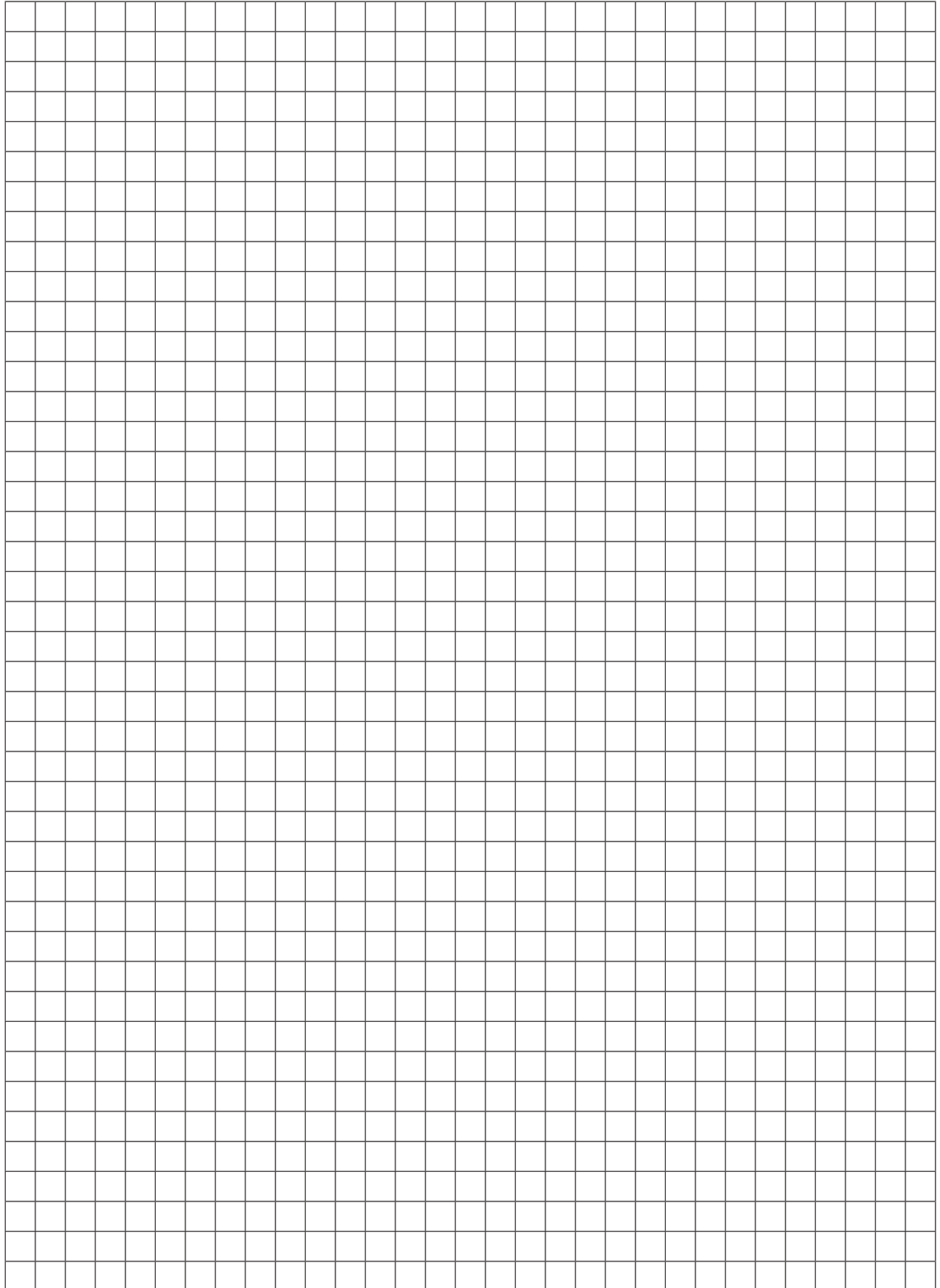


Odpowiedź:

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	9	10
	Maks. liczba pkt	3	4
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 11. (0–4)

Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = \frac{x+3}{1-x}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 1$. Wyznacz równania tych stycznych do wykresu funkcji f , które tworzą z osią Ox kąt 45° .



This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The background is white, and the grid lines are evenly spaced both horizontally and vertically.

Odpowiedź:

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	11
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Książki do matury: SklepMaturalny.pl

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The background is white, and the grid covers the entire area of the page without any margins or additional markings.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin black lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

Odpowiedź:

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	12
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 13. (0–5)

W trapez równoramienny $ABCD$, w którym $AB \parallel CD$, wpisano okrąg o środku S . Odległość punktu S od końców dłuższej podstawy AB jest równa 10, a cosinus kąta ostrego tego trapezu jest równy $\frac{3}{5}$. Oblicz pole tego trapezu.



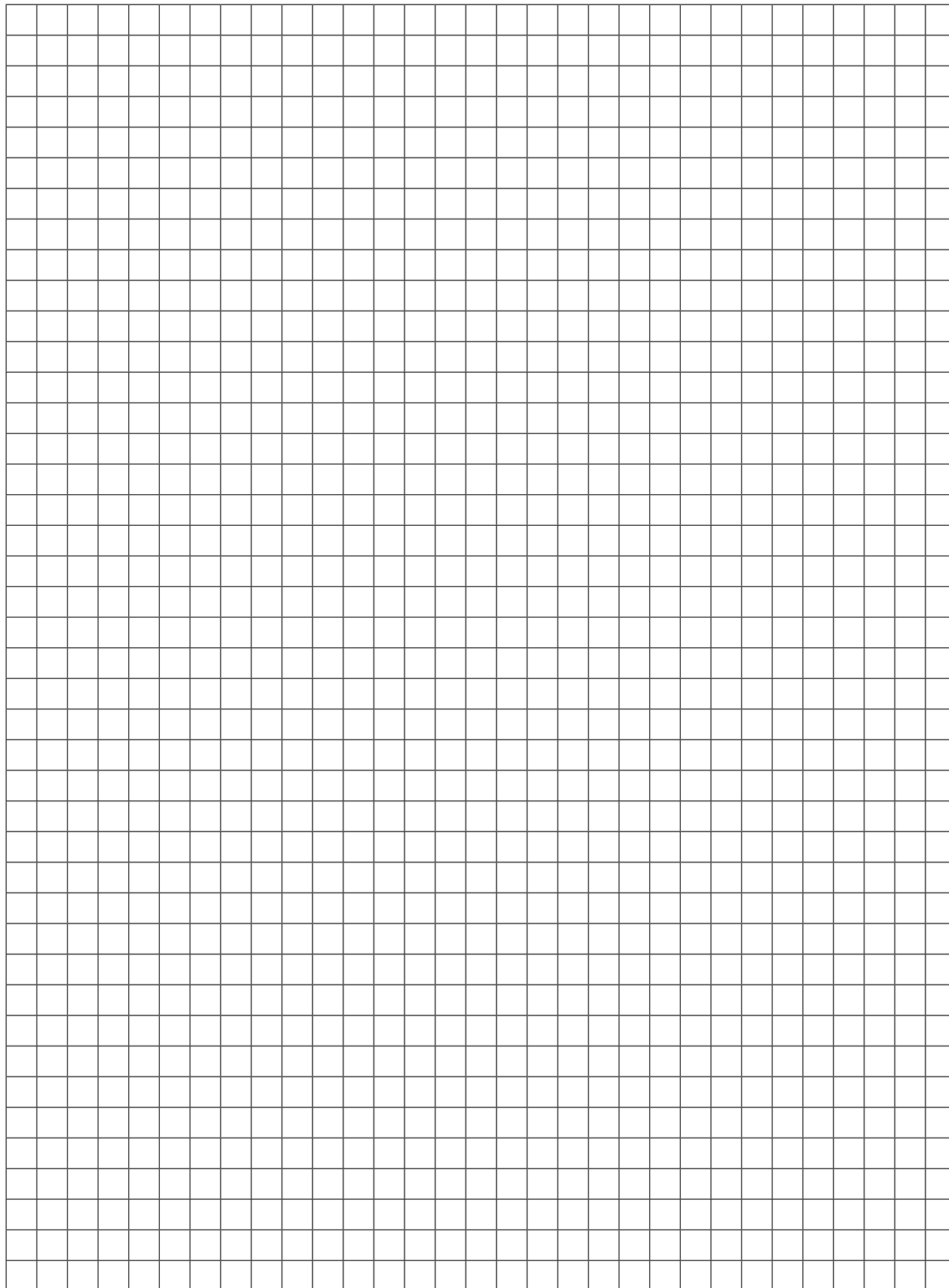
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

Odpowiedź:

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	13
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 14. (0–5)

Odcinek $A'B'$ jest obrazem odcinka o końcach $A = (2, 6)$ oraz $B = (-4, 4)$ w jednokładności o środku $O = (0, 3)$ i skali $k \neq 0$. Punkt A' , który jest obrazem punktu A w tej jednokładności, leży na prostej o równaniu $x + 2y + 10 = 0$. Wyznacz równanie okręgu, którego średnicą jest odcinek $A'B'$.



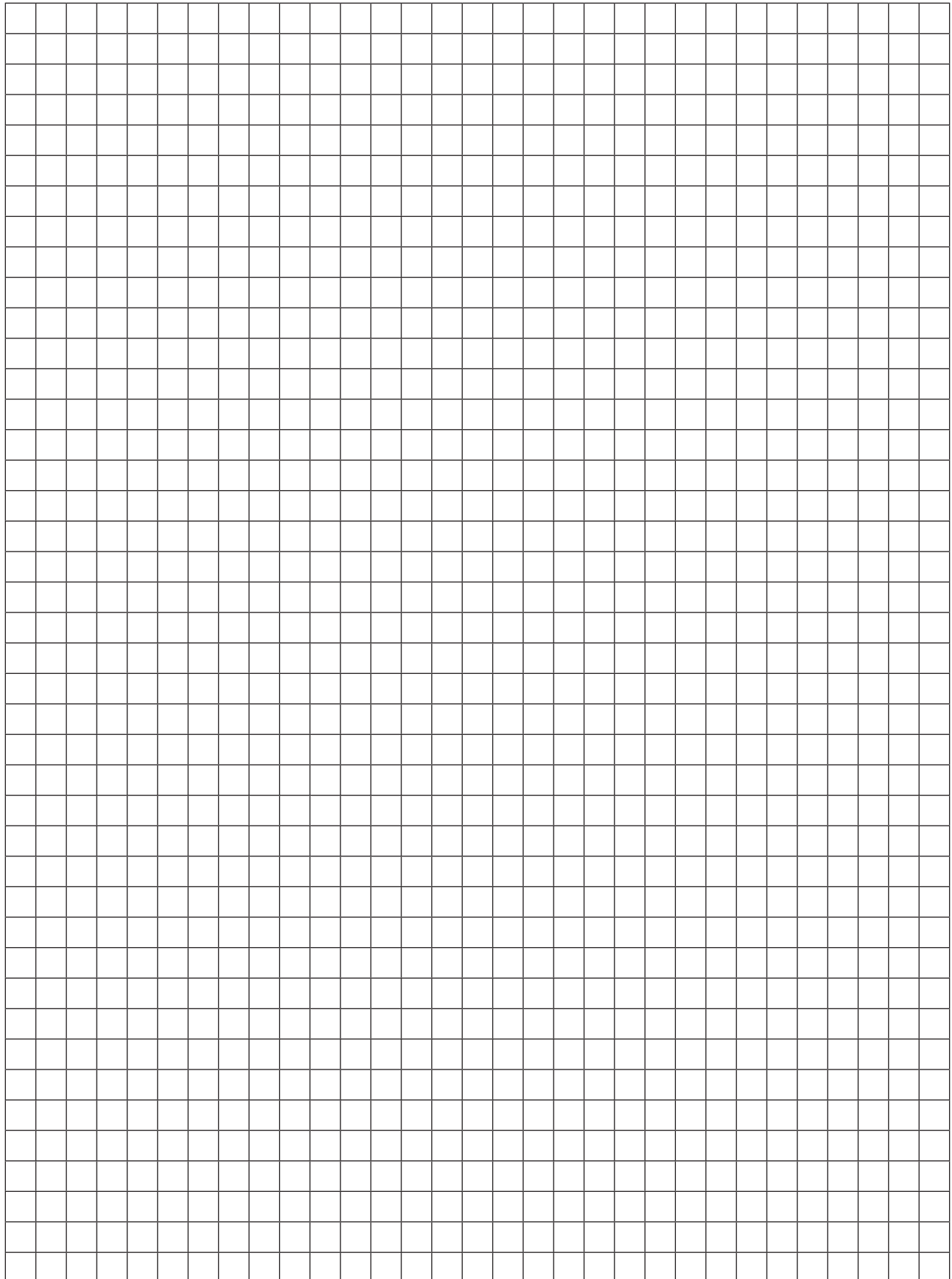
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The background is white, and the grid covers the entire area of the page without any margins or additional markings.

Odpowiedź:

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	14
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 15. (0–6)

Prosta o równaniu $y = (a - 3)x + a + 4$ przecina parabolę o równaniu $y = \frac{1}{2}x^2 - 2ax + a + 8$ w dwóch punktach o pierwszych współrzędnych x_1, x_2 . Wyznacz wszystkie wartości parametru a , dla których współrzędne x_1, x_2 spełniają nierówność $x_1^3 + x_2^3 \leq 9x_1x_2$.



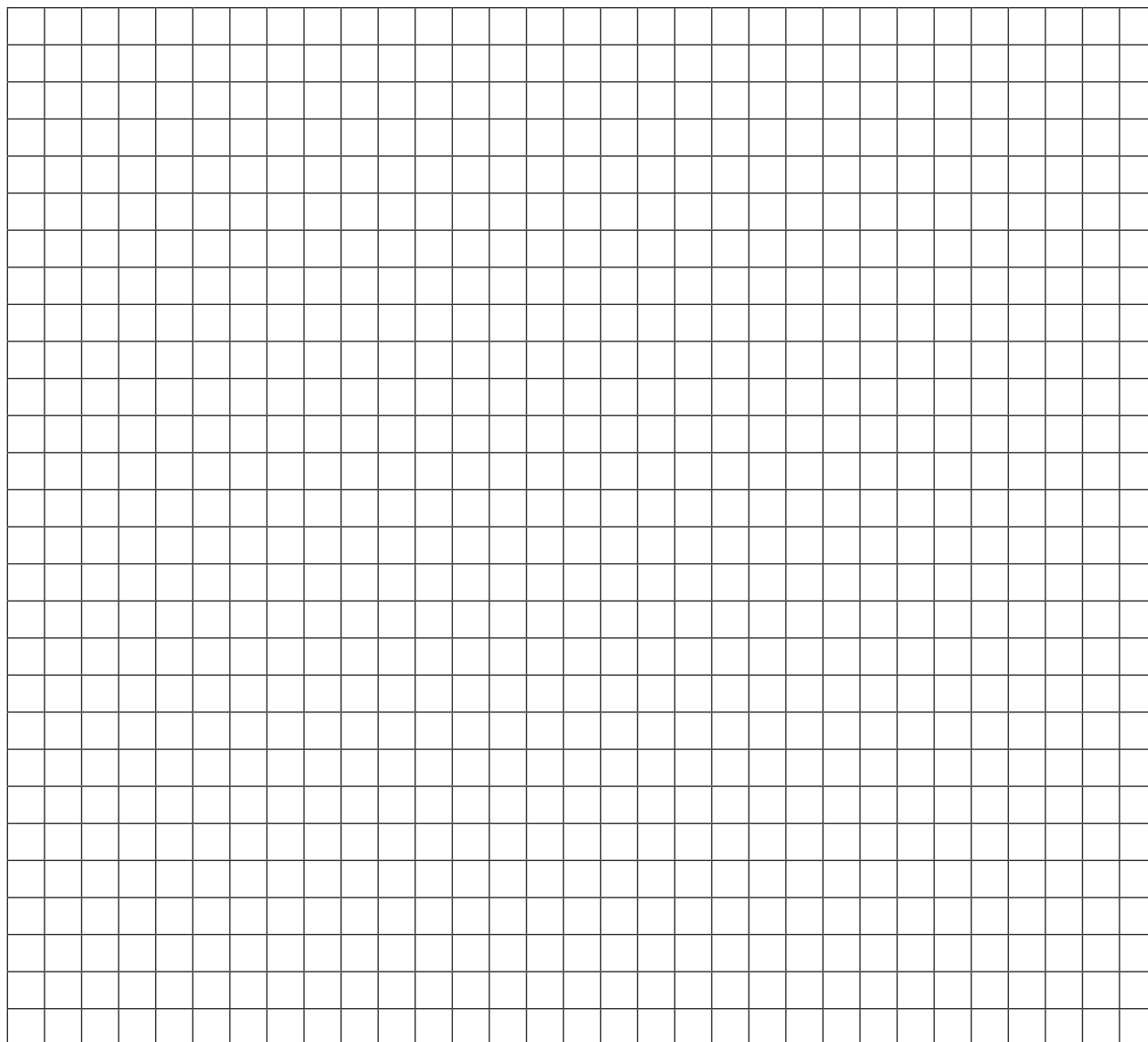
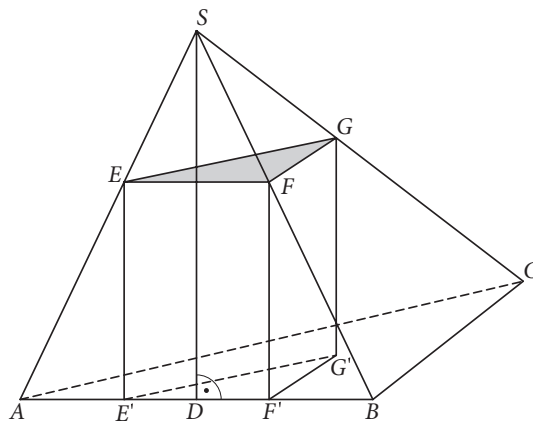
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. The grid covers the entire area of the page, leaving no margins or other markings. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units.

Odpowiedź:

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	15
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 16. (0–7)

Ostrosłup $ABCS$ o podstawie ABC , będącej trójkątem równobocznym, i wysokości SD , gdzie D jest środkiem odcinka AB , przecięto płaszczyzną równoległą do płaszczyzny podstawy (zobacz rysunek). Punkty E, F, G są punktami wspólnymi płaszczyzny przekroju i krawędzi bocznych ostrosłupa. Punkty E', F', G' leżą na podstawie ABC i odcinki EE', FF', GG' są do niej prostopadłe. Wiedząc, że $|AB| = 12$ i $|SD| = 16$, oblicz, w jakiej odległości od płaszczyzny podstawy należy poprowadzić przekrój ostrosłupa, aby graniastosłup $E'F'G'EFG$ miał największą objętość.



This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The background is white, and the grid covers the entire area of the page without any margins or additional markings.

Odpowiedź:

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	16
	Maks. liczba pkt	7
	Uzyskana liczba pkt	

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.