

KRYTERIA OCENIANIA ODPOWIEDZI
Próbna Matura z OPERONEMMatematyka
Poziom rozszerzony

Listopad 2016

Zacznij
przygotowania
do matury już dziś

Kup vademecum

sklep.operon.pl/matura

Zobacz fragment

strony 318, 319

Kup vademecum

sklep.operon.pl/matura

Zobacz fragment

strony 320, 321

Kup vademecum

sklep.operon.pl/matura

Zadania zamknięte

Za każdą poprawną odpowiedź zdający otrzymuje 1 punkt.

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania
1.	A	$ x+3 -5 < 2 \Leftrightarrow x+3 -5 < 2 \wedge x+3 -5 > -2$ $\Leftrightarrow x+3 < 7 \wedge x+3 > 3 \Leftrightarrow (x+3 < 7 \wedge x+3 > -7) \wedge (x+3 > 3 \vee x+3 < -3)$ $(x \in (-10, 4) \wedge x \in (-\infty, -6) \cup (0, +\infty)) \Leftrightarrow x \in (-10, -6) \cup (0, 4)$
2.	A	$\operatorname{tg} 22,5^\circ + \frac{1}{\operatorname{tg} 22,5^\circ} = \frac{\sin 22,5^\circ}{\cos 22,5^\circ} + \frac{\cos 22,5^\circ}{\sin 22,5^\circ} = \frac{\sin^2 22,5^\circ + \cos^2 22,5^\circ}{\sin 22,5^\circ \cos 22,5^\circ} =$ $= \frac{1}{2 \sin 22,5^\circ \cos 22,5^\circ} \cdot 2 = \frac{2}{\sin 45^\circ} = \frac{2}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$
3.	C	Jeśli a – bok trójkąta naprzeciwko kąta 120°, to $a^2 = 100 + 36 - 2 \cdot 10 \cdot 6 \cdot \cos 120^\circ, \text{ zatem } a^2 = 100 + 36 + 2 \cdot 10 \cdot 6 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow a = 14,$ $\frac{a}{\sin 120^\circ} = 2R \Rightarrow R = \frac{1}{2} \cdot \frac{14}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow R = \frac{14\sqrt{3}}{3}$
4.	B	$W'(x) = x^3 + 2x^2, W'(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 + 2x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2(x+2) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = -2,$ ale tylko w punkcie $x_2 = -2$ istnieje ekstremum, ponieważ tylko tam pochodna zmienia znak, zatem istnieje tylko jedno ekstremum
5.	C	$\log_6 5 + 2 \log_{36} 3 = \log_6 5 + 2 \cdot \frac{\log_6 3}{\log_6 36} = \log_6 5 + \log_6 3 = \log_5 5 + \log_6 3 = \log_6 15$

Zadania otwarte – kodowane

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania	Liczba punktów
6.	0 3 0	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3 - \frac{5}{n} - \frac{7}{n^2}}{5 + \frac{3}{n} + \frac{2}{n^2}} - \left(\frac{2 - \frac{1}{n}}{3 + \frac{1}{n}} \right)^3 \right) = \frac{3}{5} - \frac{8}{27} = \frac{81 - 40}{135} = \frac{41}{135} =$ $= 0,303703... \approx 0,30$	0–2

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania	Liczba punktów
7.	1 4 4	$x^3 + x^2 - 7x + 5 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x^2 + 2x - 5) = 0$ $x_1 = 1, x_2 = -1 - \sqrt{6}, x_3 = -1 + \sqrt{6}$, największa z tych liczb, to $x_3 = -1 + \sqrt{6} = 1,449489 \dots$	0-2
8.	7 5 5	$r^2 = 8 \cdot 11 \Rightarrow r = 2\sqrt{22}$, $L = 2(2r + 19) = 8\sqrt{22} + 38 = 75,523326 \dots$	0-2

[Zobacz fragment](#)

strony 376, 377

[Kup vademecum](#)

sklep.operon.pl/matura

Zadania otwarte

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
9.	Rozwiązanie: $\frac{x-5}{4-x^2} \geq 0 \wedge 4-x^2 \neq 0 \Leftrightarrow (x-5)(4-x^2) \geq 0 \wedge 4-x^2 \neq 0 \Leftrightarrow$ $x \in (-\infty, -2) \cup (2, 5)$	0-2
	Istotny postęp: Zapisanie układu nierówności: $\frac{x-5}{4-x^2} \geq 0 \wedge 4-x^2 \neq 0$	1
	Rozwiązanie pełne: Rozwiązanie układu nierówności: $x \in (-\infty, -2) \cup (2, 5)$	2
10.	Rozwiązanie: $f'(x) = \frac{-3(4x^3 + 2x)}{(x^4 + x^2 - 75)^2}$, $f'(-3) = \frac{-3(-108 - 6)}{(81 + 9 - 75)^2} = \frac{38}{25}$ $P = \left(-3, \frac{1}{5}\right)$, czyli styczna ma postać: $y = \frac{38}{25}x + b$, po podstawieniu punktu $P = \left(-3, \frac{1}{5}\right)$ Otrzymujemy: $\frac{1}{5} = \frac{38}{25} \cdot (-3) + b \Rightarrow b = \frac{119}{25}$ Zatem styczna ma wzór: $y = \frac{38}{25}x + \frac{119}{25}$	0-3
	Istotny postęp: Wyznaczenie wzoru pochodnej: $f'(x) = \frac{-3(4x^3 + 2x)}{(x^4 + x^2 - 75)^2}$	1
	Pokonanie zasadniczych trudności: Obliczenie pochodnej funkcji w punkcie: $f'(-3) = \frac{-3(-108 - 6)}{(81 + 9 - 75)^2} = \frac{38}{25}$	2
	Rozwiązanie pełne: Wyznaczenie równania stycznej: $y = \frac{38}{25}x + \frac{119}{25}$	3
11.	Rozwiązanie: Dla liczb wszystkich dodatnich prawdziwa jest nierówność: $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$ Zatem: $\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)^2 \geq 4 \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} + 2 + \frac{b^2}{a^2} \geq 4 \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} \geq 2 \Rightarrow$ $\Rightarrow \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} + 3\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) \geq 2 + 3 \cdot 2 \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} + 3\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) \geq 8$	0-3

[Zobacz fragment](#)

strona 413

[Kup vademecum](#)

sklep.operon.pl/matura

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
	Istotny postęp: Zapisanie nierówności: $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$	1
	Pokonanie zasadniczych trudności: Zapisanie nierówności: $\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} \geq 2$	2
	Rozwiązanie pełne: Wykazanie tezy zadania: $\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} + 3\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) \geq 2 + 3 \cdot 2 \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} + 3\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) \geq 8$	3
12.	Rozwiązanie: $\begin{cases} \frac{a_1}{1-q} = 40 \\ \frac{a_1}{1-q^2} = 32 \end{cases} \wedge q < 1 \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 30 \\ q = \frac{1}{4} \end{cases}$	0–3
	Istotny postęp: Zapisanie równania: $\frac{a_1}{1-q} = 40 \wedge q < 1$	1
	Pokonanie zasadniczych trudności: Zapisanie układu równań: $\begin{cases} \frac{a_1}{1-q} = 40 \\ \frac{a_1}{1-q^2} = 32 \end{cases} \wedge q < 1$	2
	Rozwiązanie pełne: Rozwiązanie układu równań: $\begin{cases} a_1 = 30 \\ q = \frac{1}{4} \end{cases}$	3
13.	Rozwiązanie: $(\sin \alpha - \sin \beta)(\sin \alpha + \sin \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 0$ $2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} - \sin(\alpha - \beta) = 0$ $\sin(\alpha - \beta) \sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 0$ $\sin(\alpha - \beta)(\sin(\alpha + \beta) - 1) = 0$ $\sin(\alpha - \beta) = 0 \vee \sin(\alpha + \beta) - 1 = 0$ $\sin(\alpha - \beta) = 0 \vee \sin(\alpha + \beta) = 1$, uwzględniając fakt, że α, β są kątami trójkąta otrzymujemy: $\alpha = \beta \vee \alpha + \beta = 90^\circ$, co kończy dowód	0–4
	Rozwiązanie, w którym jest postęp: Zapisanie równania w postaci: $(\sin \alpha - \sin \beta)(\sin \alpha + \sin \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 0$	1
	Rozwiązanie, w którym jest istotny postęp: Zapisanie równania w postaci: $\sin(\alpha - \beta)(\sin(\alpha + \beta) - 1) = 0$	2
	Pokonanie zasadniczych trudności: Zapisanie równania w postaci alternatywy: $\sin(\alpha - \beta) = 0 \vee \sin(\alpha + \beta) = 1$	3
	Rozwiązanie pełne: Uzasadnienie tezy zadania: $\alpha = \beta \vee \alpha + \beta = 90^\circ$, ponieważ α, β są kątami trójkąta.	4

Zobacz fragment

strony 355, 356

Kup vademecum

sklep.operon.pl/matura

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
14.	Rozwiązanie: $AB: y = \sqrt{3}x - 8\sqrt{3} + 4$ $B = (x, \sqrt{3}x - 8\sqrt{3} + 4)$ $AB = \sqrt{(x-8)^2 + (\sqrt{3}x - 8\sqrt{3})^2}$ $AB = 2\sqrt{x^2 - 16x + 64} = 2 x-8 \Rightarrow 2 x-8 = 22 \Rightarrow x = 19 \vee x = -3$ $B = (19, 11\sqrt{3} + 4) \vee B = (-3, -11\sqrt{3} + 4)$	0–4
	Rozwiązanie, w którym jest istotny postęp: Zapisanie równania prostej $AB: y = \sqrt{3}x - 8\sqrt{3} + 4$	1
	Pokonanie zasadniczych trudności: Zapisanie równania w zależności od odciętej szukanego punktu: $B = (x, \sqrt{3}x - 8\sqrt{3} + 4), 22 = \sqrt{(x-8)^2 + (\sqrt{3}x - 8\sqrt{3})^2}$ lub układu równań: $\begin{cases} y = \sqrt{3}x - 8\sqrt{3} + 4 \\ \sqrt{(x-8)^2 + (y-4)^2} = 22 \end{cases}$	2
	Rozwiązanie prawie pełne: Rozwiązanie równania: $2 x-8 = 22 \Rightarrow x = 19 \vee x = -3$ lub rozwiązania $x^2 - 16x - 57 = 0 \Rightarrow x = 19 \vee x = -3$	3
	Rozwiązanie pełne: Zapisanie odpowiedzi: $B = (19, 11\sqrt{3} + 4) \vee B = (-3, -11\sqrt{3} + 4)$	4
15.	Rozwiązanie: Oznaczamy: AB, CD – odpowiednio dłuższa i krótsza podstawa trapezu $J \in AD, K \in BC, E \in JK$, gdzie JK jest odcinkiem równoległym do AB h, H – odpowiednio wysokość trójkąta JED na podstawę JE (i jednocześnie wysokość trójkąta EKC na podstawę EK) oraz trapezu $ABCD$ G – punkt przecięcia prostych EF i AB Najpierw wykażemy, że: $JE = EK$ Trójkąty JED i ABD oraz EKC i ABD są podobne, zatem: $\frac{ JE }{ AB } = \frac{h}{H}$ oraz $\frac{ KE }{ AB } = \frac{h}{H}$, stąd: $\frac{ JE }{ AB } = \frac{ KE }{ AB } \Rightarrow JE = KE$ Trójkąty JEF i AGF oraz GBF i EKF są podobne, zatem: $\frac{ JE }{ AG } = \frac{ EF }{ FG }$ oraz $\frac{ KE }{ GB } = \frac{ FE }{ FG }$, stąd $\frac{ KE }{ GB } = \frac{ JE }{ AG } \wedge JE = KE \Rightarrow BG = AG$, co wykazuje tezę zadania	0–4
	Rozwiązanie, w którym jest postęp: Wprowadzenie oznaczeń: AB, CD – odpowiednio dłuższa i krótsza podstawa trapezu $J \in AD, K \in BC, E \in JK$, gdzie JK jest odcinkiem równoległym do AB h, H – odpowiednio wysokość trójkąta JED na podstawę JE (i jednocześnie wysokość trójkąta EKC na podstawę EK) oraz trapezu $ABCD$ G – punkt przecięcia prostych EF i AB	1

Zobacz fragment

strony 383–385

Kup vademecum

sklep.operon.pl/matura

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
	Rozwiązanie, w którym jest istotny postęp: Zauważenie, że trójkąty JED i ABD oraz EKC i ABD są podobne i wykazanie, że $JE = KE$ $\frac{ JE }{ AB } = \frac{h}{H} \text{ oraz } \frac{ KE }{ AB } = \frac{h}{H}, \text{ stąd:}$ $\frac{ JE }{ AB } = \frac{ KE }{ AB } \Rightarrow JE = KE $	2
	Pokonanie zasadniczych trudności: Zauważenie, że trójkąty JEF i ACF oraz GBF i EKF są podobne i zapisanie proporcji $\frac{ JE }{ AC } = \frac{ EF }{ FC }$ oraz $\frac{ KE }{ GB } = \frac{ FE }{ FG }$	3
	Rozwiązanie pełne: Wykazanie tezy zadania: $\frac{ KE }{ GB } = \frac{ JE }{ AG } \wedge JE = KE \Rightarrow BG = AG$	4
16.	Rozwiązanie: A – wylosowanie kuli białej z urny w drugim losowaniu B_1, B_2, B_3 – odpowiednio wylosowanie dwóch kul białych w pierwszym losowaniu, wylosowanie kuli czarnej i białej w pierwszym losowaniu, wylosowanie dwóch kul czarnych w pierwszym losowaniu $P(B_1) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{12}{2}} = \frac{10}{66}, P(B_2) = \frac{\binom{5}{1}\binom{7}{1}}{\binom{12}{2}} = \frac{35}{66}, P(B_3) = \frac{\binom{7}{2}}{\binom{12}{2}} = \frac{21}{66}$ $P(A / B_1) = \frac{3}{10}, P(A / B_2) = \frac{4}{10}, P(A / B_3) = \frac{5}{10},$ $P(A) = \frac{3}{10} \cdot \frac{10}{66} + \frac{4}{10} \cdot \frac{35}{66} + \frac{5}{10} \cdot \frac{21}{66} = \frac{5}{12}$	0–4
	Rozwiązanie, w którym jest istotny postęp: Wprowadzenie oznaczeń: A – wylosowanie kuli białej z urny w drugim losowaniu B_1, B_2, B_3 – odpowiednio wylosowanie dwóch kul białych w pierwszym losowaniu, wylosowanie kuli czarnej i białej w pierwszym losowaniu, wylosowanie dwóch kul czarnych w pierwszym losowaniu	1
	Rozwiązanie, w którym jest istotny postęp: Obliczenie prawdopodobieństw: $P(A / B_1) = \frac{3}{10}, P(A / B_2) = \frac{4}{10}, P(A / B_3) = \frac{5}{10}$	2
	Pokonanie zasadniczych trudności: Obliczenie prawdopodobieństw: $P(B_1) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{12}{2}} = \frac{10}{66}, P(B_2) = \frac{\binom{5}{1}\binom{7}{1}}{\binom{12}{2}} = \frac{35}{66}, P(B_3) = \frac{\binom{7}{2}}{\binom{12}{2}} = \frac{21}{66}$	3
	Rozwiązanie pełne: Obliczenie prawdopodobieństwa zdarzenia: $A : P(A) = \frac{3}{10} \cdot \frac{10}{66} + \frac{4}{10} \cdot \frac{35}{66} + \frac{5}{10} \cdot \frac{21}{66} = \frac{5}{12}$	4

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
17.	Rozwiązanie: $m+1 \neq 0 \wedge \Delta > 0 \Leftrightarrow m \neq -1 \wedge (2m-2)^2 + 8(m^2-1) > 0 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow m \in \left(-\infty, -\frac{1}{3}\right) \cup (1, +\infty) \setminus \{-1\}$ $\frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3} < 2 \Rightarrow \frac{x_2^3 + x_1^3}{x_1^3 x_2^3} < 2 \Rightarrow \frac{(x_1+x_2)(x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2)}{(x_1 x_2)^3} < 2$ $\frac{(x_1+x_2)[(x_1+x_2)^2 - 3x_1 x_2]}{(x_1 x_2)^3} < 2 \Rightarrow \frac{\left(\frac{2m-2}{m+1}\right)\left[\left(\frac{2m-2}{m+1}\right)^2 + 6\frac{m-1}{m+1}\right]}{\left(\frac{-2m+2}{m+1}\right)^3} < 2$ $\frac{10m^2 - 8m - 2}{(m-1)^2} > -8 \Rightarrow 3m^2 - 4m + 1 > 0 \Rightarrow m \in \left(-\infty, \frac{1}{3}\right) \cup (1, +\infty)$ Wyznaczymy część wspólną wszystkich warunków i otrzymujemy: $m \in \left(-\infty, -\frac{1}{3}\right) \cup (1, +\infty) \setminus \{-1\}$	0–5
	I część Zapisanie i rozwiązanie warunków istnienia dwóch różnych pierwiastków: $m+1 \neq 0 \wedge \Delta > 0 \Leftrightarrow m \neq -1 \wedge (2m-2)^2 + 8(m^2-1) > 0 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow m \in \left(-\infty, -\frac{1}{3}\right) \cup (1, +\infty) \setminus \{-1\}$	1 (za I część przyznaje się 1 pkt)
	II część Rozwiązanie warunku: suma odwrotności sześciątów pierwiastków jest mniejsza od dwóch. Zapisanie warunku w postaci: $\frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3} < 2 \Rightarrow \frac{x_2^3 + x_1^3}{x_1^3 x_2^3} < 2 \Rightarrow \frac{(x_1+x_2)(x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2)}{(x_1 x_2)^3} < 2$ $\Rightarrow \frac{(x_1+x_2)[(x_1+x_2)^2 - 3x_1 x_2]}{(x_1 x_2)^3} < 2$	2
	Przekształcenie warunku do postaci: $\Rightarrow \frac{\left(\frac{2m-2}{m+1}\right)\left[\left(\frac{2m-2}{m+1}\right)^2 + 6\frac{m-1}{m+1}\right]}{\left(\frac{-2m+2}{m+1}\right)^3} < 2$	3
	Rozwiązanie nierówności: $\frac{10m^2 - 8m - 2}{(m-1)^2} > -8 \Rightarrow 3m^2 - 4m + 1 > 0 \Rightarrow m \in \left(-\infty, \frac{1}{3}\right) \cup (1, +\infty)$ III część Wyznaczenie części wspólnej rozwiązań wszystkich warunków: $m \in \left(-\infty, -\frac{1}{3}\right) \cup (1, +\infty) \setminus \{-1\}$	4 (za II część przyznaje się 3 pkt) 5 (za III część przyznaje się 1 pkt)

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
18.	Rozwiązanie: $P = \left(x, \frac{2}{x}\right), d(P, l) = \frac{ 4x + 3y + 6 }{5} = \frac{\left 4x + \frac{6}{x} + 6\right }{5} = \frac{ 4x^2 + 6x + 6 }{5x}$ $d(x) = \frac{ 4x^2 + 6x + 6 }{5x} = \frac{4x^2 + 6x + 6}{5x} - \text{ponieważ wartość wyrażenia } \frac{4x^2 + 6x + 6}{5x}$ wartości bezwzględnej jest dodatnia, $D = (0, +\infty)$ $d'(x) = \frac{20x^2 - 30}{25x^2}$ $d'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{20x^2 - 30}{25x^2} = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{3}{2}} \text{ (odcięta ujemna nie należy do dziedziny funkcji)}$ $d'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in \left(0, \sqrt{\frac{3}{2}}\right) \wedge d'(x) > 0 \Leftrightarrow x \in \left(\sqrt{\frac{3}{2}}, +\infty\right), \text{ zatem funkcja maleje}$ w przedziale $\left(0, \sqrt{\frac{3}{2}}\right)$ i rośnie w przedziale $\left(\sqrt{\frac{3}{2}}, +\infty\right)$, więc w punkcie $x = \sqrt{\frac{3}{2}}$ funkcja osiąga minimum będące najmniejszą wartością funkcji $P = \left(\sqrt{\frac{3}{2}}, 2\sqrt{\frac{2}{3}}\right)$ $d\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right) = \frac{4 \cdot \frac{3}{2} + 6\sqrt{\frac{3}{2}} + 6}{5\sqrt{\frac{3}{2}}} = \frac{6 + 4\sqrt{6}}{5}$	0–7
	I część Wyznaczenie wzoru funkcji określającej odległość punktu hiperboli od danej prostej: Zapisanie współrzędnych punktu w postaci: $P = \left(x, \frac{2}{x}\right)$	1
	Wyznaczenie wzoru na odległość punktu od prostej: $d(x) = \frac{4x^2 + 6x + 6}{5x}$	2
	Zapisanie dziedziny funkcji: $x \in (0, +\infty)$	3 (za I część przyznaje się 3 pkt)
	II część Zbadanie pochodnej i wyznaczenie ekstremum. Wyznaczenie wzoru pochodnej funkcji: $d'(x) = \frac{20x^2 - 30}{25x^2}$	4
	Wyznaczenie miejsca zerowego pochodnej: $x = \sqrt{\frac{3}{2}}$	5

Zobacz fragment

strony 384–386

Kup vademecum

sklep.operon.pl/matura

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
	Zbadanie znaków pochodnej i zapisanie wniosku dotyczącego minimum funkcji: $d'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in \left(0, \sqrt{\frac{3}{2}}\right) \wedge d'(x) > 0 \Leftrightarrow x \in \left[\sqrt{\frac{3}{2}}, +\infty\right), \text{ zatem funkcja maleje}$ w przedziale $\left(0, \sqrt{\frac{3}{2}}\right)$ i rośnie w przedziale $\left[\sqrt{\frac{3}{2}}, +\infty\right)$, więc w punkcie $x = \sqrt{\frac{3}{2}}$ funkcja osiąga minimum będące najmniejszą wartością funkcji	6 (za II część przyznaje się 3 pkt)
	III część Wyznaczenie najmniejszej wartości funkcji: $d\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right) = \frac{4 \cdot \frac{3}{2} + 6\sqrt{\frac{3}{2}} + 6}{5\sqrt{\frac{3}{2}}} = \frac{6 + 4\sqrt{6}}{5}$	7 (za III część przyznaje się 1 pkt)

TWÓJ KOD DOSTĘPU

DB3F79C95

Wybierz

Zdecydowanie
NAJLEPSZY SERWIS DLA
MATURZYSTÓW
WWW.GIELDAMATURALNA.PL

DLA CIEBIE:

- ▶ WIĘCEJ ZADAŃ
- ▶ PEŁEN DOSTĘP do całego serwisu przez 2 tygodnie*!

- 1 Zaloguj się na gielamaturalna.pl
- 2 Wpisz swój kod
- 3 Odblokuj dostęp do bazy tysięcy zadań i arkuszy
- 4 Przygotuj się do matury z nami!

* Kod umożliwia dostęp do wszystkich materiałów zawartych w serwisie gielamaturalna.pl przez 14 dni od daty aktywacji (pierwsze użycie kodu). Kod należy aktywować do dnia 31.12.2016 r.

Najlepsze zakupy
przed egzaminem!

TESTY, VADEMECUM
I PAKIETY 2017

