

KRYTERIA OCENIANIA ODPOWIEDZI
Próbna Matura z OPERONEM

Matematyka
Poziom podstawowy

Listopad 2018

Zadania zamknięte

Za każdą poprawną odpowiedź zdający otrzymuje 1 punkt.

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania
1.	B	$49^{-6} \cdot 7^{-15} = 7^{-12-(-15)} = 7^3$
2.	B	$\log_3(\log 30 - \log 3) = \log_3(\log 10) = \log_3 1 = 0$
3.	B	$\frac{3}{\sqrt{6}-3} = \frac{3(\sqrt{6}+3)}{6-9} = -\sqrt{6}-3$
4.	B	$\frac{ 235,40 - 240 }{235,40} \cdot 100\% = \frac{460}{235,40} \% \approx 1,95\%$
5.	D	$2 - 2(\sqrt{3} - 1)^2 = 2 - 2(4 - 2\sqrt{3}) = 4\sqrt{3} - 6 \approx 0,93$
6.	A	$\frac{1}{3} - \frac{1}{2}x < \frac{1}{6} \Rightarrow 2 - 3x < 1 \Rightarrow x > \frac{1}{3}$
7.	C	$x = 0$ lub $x = -3$, 2 rozwiązania
8.	D	f jest rosnąca w $\langle -3; 0 \rangle$
9.	B	Punkty przecięcia z osiami: $\left(\frac{8}{3}, 0\right)$, $(0, 4)$. Pole $\frac{\frac{8}{3} \cdot 4}{2} = \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}$
10.	A	$p = -2$, $q = 25$; $Y = (-\infty; 25)$
11.	D	$g(x) = -3^{x-2}$ Uwaga: jeżeli uczeń zaznaczył odpowiedź inną niż D, to otrzymuje 0 punktów. Zadania nie należy uwzględniać w całkowitej punktacji, jeśli uczeń pozostawił je bez odpowiedzi.
12.	C	$-2n + 2018 > 0 \Rightarrow n < 1009$, więc $n \in \{1, 2, \dots, 1008\}$
13.	C	$S_n = 4 \cdot \frac{1 - \left(\frac{3}{2}\right)^n}{1 - \frac{3}{2}} = \frac{4 \left[\left(\frac{3}{2}\right)^n - 1\right]}{\frac{1}{2}} = 8 \left[\left(\frac{3}{2}\right)^n - 1\right]$
14.	A	$2a_1 + r = 5\frac{1}{2}$, $3a_1 + 3r = 12 \Rightarrow a_1 = 1\frac{1}{2}$
15.	C	$\frac{\alpha}{3} = 30^\circ \Rightarrow \alpha = 90^\circ$
16.	D	Bok rombu ma długość 15, więc sinus kąta ostrego to $\frac{12}{15} = \frac{4}{5} = 0,8$.
17.	C	$\beta = 25^\circ$, $\alpha = 75^\circ$, więc $\alpha + \beta = 100^\circ$
18.	A	Po godzinie liczebność wyniesie $K \cdot 2^3$, po n godzinach $K \cdot 2^{3n}$.
19.	D	$ AC = \sqrt{36 + 36} = 6\sqrt{2}$, bok ma długość 6.
20.	A	$9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania
21.	B	$ \Omega = 8, A = \{(O, O, R), (O, R, O), (R, O, O)\}, A = 3, P(A) = \frac{3}{8}$
22.	B	$\frac{25+x}{6} = 6 \Rightarrow x = 11$, uporządkowany zbiór: 1, 3, 5, 8, 8, 11. Mediana: $6\frac{1}{2}$
23.	C	$H^2 + \left(\frac{4\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 12^2 \Rightarrow H = \sqrt{136} = 2\sqrt{34}$
24.	C	$\frac{4}{3}\pi 6^3 = \pi r^2 \cdot 4,5 \Rightarrow r = 8$, średnica ma długość 16 cm

Zadania otwarte

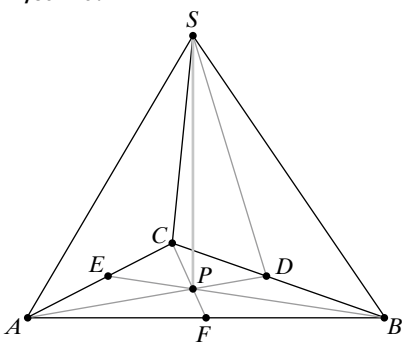
Uwagi ogólne.

- Jeżeli zdający rozwiąże bezbłędnie zadanie inną metodą, nieopisaną w schemacie, ale merytorycznie poprawną, otrzymuje za to rozwiązanie maksymalną liczbę punktów.
- Za błąd rachunkowy zdający traci 1 punkt, jeżeli błąd ten nie spowodował znacznego ułatwienia zadania (wówczas traktujemy go tak, jakby był błędem merytorycznym).
- Jeżeli zdający popełni błąd merytoryczny, otrzymuje punkty tylko za tę część zadania, którą rozwiązał do momentu popełnienia tego błędu, dalsza część nie jest oceniana (więc jeżeli błąd zostanie popełniony na początku, zdający otrzymuje za zadanie 0 punktów).
- Jeżeli zdający źle przepisze dane liczbowe z zadania, ale nie spowoduje to zmiany sensu zadania bądź nie ułatwi rozwiązania, wówczas za całe zadanie traci 1 punkt.
- Jeżeli zdający prawidłowo rozwiąże zadanie, ale podczas zapisywania odpowiedzi źle przepisze rozwiązanie, traktujemy to jako błąd nieuwagi i zdający nie traci za ten błąd punktu.
- Jeżeli punkt ma być przyznany za zapisanie układu kilku równań, to należy pamiętać, że równania te nie muszą być zapisane jedno pod drugim i połączone klamrą, wystarczy, że są zapisane (w różnych miejscach).

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
25.	Postęp: Przekształcenie nierówności do postaci: $-2x^2 + 11x + 51 > 0$ i wyznaczenie pierwiastków: $x_1 = 8\frac{1}{2}, x_2 = -3$ albo Zapisanie nierówności w postaci: $\left(x - \frac{11}{4}\right)^2 < 33\frac{1}{16} \Rightarrow \left x - \frac{11}{4}\right < \frac{23}{4}$	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Rozwiązanie nierówności: $x \in \left(-3; 8\frac{1}{2}\right)$	2
	UWAGI 1. W rozwiązaniu dopuszczamy zapisy $x > -3, x < 8\frac{1}{8}$ albo $x > -3$ i $x < 8\frac{1}{8}$, albo $x > -3 \wedge x < 8\frac{1}{8}$, albo zaznaczenie rozwiązania na osi liczbowej z poprawnymi końcami przedziału. 2. Nie dopuszczamy zapisów: $x > -3$ lub $x < 8\frac{1}{8}$ ani $x > -3 \vee x < 8\frac{1}{8}$. 3. Jeżeli zdający popełni błąd rachunkowy podczas przekształcania nierówności, ale otrzyma dwa różne pierwiastki albo popełni błąd podczas obliczania pierwiastków z dobrze przekształconej nierówności i konsekwentnie prawidłowo rozwiąże nierówność, to za całe zadanie otrzymuje 1 punkt. 4. Jeżeli zdający popełni błąd zarówno podczas przekształcania nierówności, jak i później w trakcie obliczania pierwiastków, to za całe zadanie otrzymuje 0 punktów.	

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
26.	Uwaga: w treści zadania podano błędne dane. Zadanie oceniamy na korzyść ucznia, tzn. niezależnie od tego, czy po rozwiązaniu zadania uczeń pozostawi odpowiedź zaproponowaną w kluczu (obliczy długości odcinków), czy uzasadni merytorycznie, że taki trapez nie istnieje, ponieważ nie są spełnione nierówności trójkąta, uczeń otrzymuje 2 pkt. Postęp: Skorzystanie z podobieństwa trójkątów ABP i CDP do zapisania: – proporcji $\frac{ DP }{12} = \frac{3}{8}$ i wyznaczenie długości odcinka DP: $DP = 4,5$ lub – proporcji $\frac{x}{x+15} = \frac{3}{8}$, gdzie x oznacza długość krótszej podstawy CD i wyznaczenie długości odcinka CD: $CD = x = 9$	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Podanie długości wszystkich szukanych odcinków: $DP = 4,5$; $CD = 9$; $AB = 24$.	2
	UWAGI - Jeżeli zdający zapisze prawidłowo obie proporcje pozwalające wyznaczyć długości szukanych odcinków, ale popełni błędy rachunkowe w ich obliczaniu, za całe zadanie otrzymuje 1 punkt. - Zdający może również skorzystać z równości pól trójkątów APD i BCP (nie wymagamy jej uzasadniania) i zapisać $\frac{1}{2} \cdot 8 \cdot DP = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 12$	
27.	Postęp: Wykonanie działań i zapisanie liczby w postaci: $2ab$ lub Wprowadzenie oznaczeń, np. $a = n$, $b = n + 1$ i zapisanie liczby w postaci: $2n(n + 1)$	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Uzasadnienie tezy: Liczba ab będąca iloczynem dwóch kolejnych liczb naturalnych jest liczbą parzystą, ponieważ przynajmniej jedna z nich jest parzysta. Wobec tego liczba $2ab$ jest podzielna przez 4. Podobnie, iloczyn $n(n + 1)$ jest liczbą parzystą, bo przynajmniej jedna z liczb (n lub $n + 1$) jest parzysta.	2
	UWAGI - Jeżeli zdający podstawí w miejsce a i b konkretne wartości liczbowe, to otrzymuje 0 punktów. - W uzasadnieniu tezy wymagane jest wyjaśnienie, dlaczego iloczyn dwóch kolejnych liczb naturalnych jest liczbą podzielną przez 2.	
28.	Postęp: Obliczenie $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ oraz $\cos^2 \alpha = \frac{16}{25}$ lub Obliczenie $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Obliczenie $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{3}{4}$	2
	UWAGI - Przy obliczaniu wartości sinusa nie wymagamy zapisania dwóch rozwiązań (dodatniego i ujemnego) i odrzucenia ujemnego, a także uzasadnienia, dlaczego zdający go odrzuca. Podobnie z cosinusem – zdający może podać tylko wartość ujemną (bez podawania i odrzucania dodatniej). - Jeżeli zdający obliczy, że $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ i konsekwentnie $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$, to za całe zadanie otrzymuje 1 punkt. - Jeżeli zdający przyjmie za prawidłowe oba rozwiązania (dodatnie i ujemne), ale obliczone poprawnie, to za całe zadanie otrzymuje 1 punkt. - Jeżeli wartości funkcji trygonometrycznych zdający oblicza z wykorzystaniem trójkąta prostokątnego, w którym jako kąt α przyjmuje któryś z kątów ostrych, to za całe zadanie otrzymuje 0 punktów.	

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
29.	Postęp: Obliczenie współczynnika $b = 12$ lub Zapisanie funkcji w postaci kanonicznej $f(x) = -3(x-2)^2 + 21$ lub $\begin{cases} \frac{-b}{2 \cdot (-3)} = 2 \\ -\frac{\Delta}{4 \cdot (-3)} = 21 \\ \Delta = b^2 - 4(-3)c \end{cases}$ Zapisanie układu równań	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Obliczenie współczynników $b = 12, c = 9$	2
	UWAGI 1. Jeżeli zdający błędnie zapisze postać kanoniczną bądź któreś z równań w układzie, to za całe zadanie otrzymuje 0 punktów. 2. Jeżeli zdający przekształci poprawnie postać kanoniczną do ogólnej i nie poda wartości współczynników b i c, to za całe zadanie otrzymuje 1 punkt.	
30.	Postęp: Wykorzystanie własności odcinków stycznych i zapisanie, że: $AD = DC , CE = BE$ oraz $AF = BF$	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Obliczenie obwodu trójkąta DEF: $Obw. = FD + DC + CE + EF = FD + AD + BE + EF = x + x = 2x$	2
	UWAGI 1. Równość odpowiednich odcinków może być zaznaczona na rysunku, istotne, aby było widać, że zdający zauważył wszystkie trzy pary odcinków równej długości. 2. Jeżeli zdający zapisze i skorzysta z tego, że $CE = DC$ albo $FD = EF$, to za całe zadanie otrzymuje 0 punktów.	
31.	Postęp: Obliczenie liczby wszystkich odcinków, jakie można utworzyć, losując dwa wierzchołki spośród sześciu, czyli liczby wszystkich boków i przekątnych w sześciokącie foremnym: $\Omega = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15$ lub Obliczenie liczby zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu A, że utworzony odcinek ma długość będącą liczbą niewymierną, czyli wylosowanie takich wierzchołków, które utworzą krótszą przekątną sześciokąta, czyli $A = 6$ lub Uwzględnienie kolejności wylosowanych wierzchołków i zapisanie, że: $\Omega = 6 \cdot 5 = 30$ oraz $A = 12$	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Obliczenie prawdopodobieństwa: $P(A) = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} = 0,4$	2
	UWAGI 1. Jeżeli zdający przyjmuje w zadaniu istotną kolejność, otrzymuje 1 punkt dopiero wtedy, gdy wyznaczy zarówno Ω, jak i A. 2. Jeżeli zdający pomiesza metody, tzn. obliczy liczbę wszystkich zdarzeń elementarnych, biorąc pod uwagę kolejność wylosowanych wierzchołków, a liczbę zdarzeń sprzyjających bez tej kolejności (lub na odwrót), to za całe zadanie otrzymuje maksymalnie 1 punkt (zrealizował 1. etap za 1 punkt). 3. Jeżeli zadający błędnie wyznaczy zarówno Ω, jak i A, to za całe zadanie otrzymuje 0 punktów.	

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
32.	Postęp: Zapisanie równań pozwalających wyznaczyć a i b: $a = \frac{4a-5+b}{2}$ i $(b+2)^2 = 9b$ lub Rozwiązanie równania z niewiadomą b: $b = 1$ lub $b = 4$ (bez zapisania równania z niewiadomą a)	1
	Pokonanie zasadniczych trudności: Obliczenie tylko b: $b = 1$ lub $b = 4$ lub Obliczenie tylko a: $a = 2$ lub $a = \frac{1}{2}$	2
	Rozwiązanie bezbłędne: Podanie odpowiedzi: $\begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases}$ lub $\begin{cases} a=\frac{1}{2} \\ b=4 \end{cases}$	3
	UWAGI 1. W rozwiązaniu zdający musi wyraźnie podać dwie pary rozwiązań, nie uznajemy odpowiedzi np. $a = 2$ lub $a = \frac{1}{2}$ lub $b = 1$ lub $b = 4$. Za prawidłowe rozwiązanie uznajemy odpowiedź na przykład w postaci: $a_1 = 2$ lub $a_2 = \frac{1}{2}$, lub $b_1 = 1$, lub $b_2 = 4$. 2. Jeżeli zdający poprawnie wyznaczy oba rozwiązania a albo oba rozwiązania b i jedno odrzuci oraz na tym zakończy (lub dalej popełnia błędy), to za całe zadanie otrzymuje 1 punkt. 3. Jeżeli zdający poprawnie wyznaczy oba rozwiązania a albo b i jedno odrzuci, a dla drugiego rozwiązania poprawnie wyznaczy drugą niewiadomą, to za całe zadanie otrzymuje 2 punkty.	
33.	Postęp: Wyznaczenie współrzędnych wierzchołka B: $B = (15, 8)$	1
	Istotny postęp: Wyznaczenie równania prostej AC: $y = \frac{2}{3}x + 14$	2
	Pokonanie zasadniczych trudności: Wyznaczenie współrzędnych wierzchołka C: $C = (9, 20)$	3
	Rozwiązanie bezbłędne: Napisanie równania prostej zawierającej wysokość CD: $x = 9$	4
34.	UWAGI 1. Wyznaczanie wierzchołków musi odbywać się metodą analityczną – jeżeli zdający narysuje proste i oszacuje współrzędne punktu B (a w dalszej części również C) i nie sprawdzi poprawności odczytu (np. poprzez sprawdzenie, czy współrzędne spełniają równania prostych, do których ten punkt należy), to takiej odpowiedzi nie uznajemy (nie przyznajemy punktu za daną część zadania). 2. Równanie prostej zawierającej wysokość CD może zostać odczytane z rysunku.	
	Postęp: Przy oznaczeniach jak na rysunku: 	1

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
	Obliczenie długości odcinka PA (albo PB albo PC) $ PA = 4\sqrt{3}$ lub Zapisanie równania pozwalającego wyznaczyć wysokość ostrosłupa – zastosowanie twierdzenia Pitagorasa w trójkącie, np. APS : $H^2 + PA ^2 = (3H)^2$, gdzie H oznacza wysokość ostrosłupa (długość odcinka PA nie musi być wyliczona albo może być wyliczona błędnie).	
	Istotny postęp: Wyznaczenie wysokości H ostrosłupa z twierdzenia Pitagorasa, np. w trójkącie APS : $H = \sqrt{6}$	2
	Pokonanie zasadniczych trudności: Wyznaczenie wysokości h ściany bocznej ostrosłupa z twierdzenia Pitagorasa, np. w trójkącie DBS : $h = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ lub Obliczenie objętości ostrosłupa: $V = 12\sqrt{18} = 36\sqrt{2}$	3
	Rozwiązanie prawie pełne: Wyznaczenie wysokości h ściany bocznej ostrosłupa: $h = 3\sqrt{2}$ oraz Obliczenie objętości ostrosłupa: $V = 36\sqrt{2}$ lub pola powierzchni bocznej: $P_b = 18\sqrt{18} = 54\sqrt{2}$	4
	Rozwiązanie bezbłędne: Obliczenie objętości ostrosłupa: $V = 36\sqrt{2}$ oraz pola powierzchni bocznej: $P_b = 54\sqrt{2}$	5
	UWAGI 1. Rysunek w zadaniu nie jest wymagany, więc wszelkie błędy na rysunku, o ile nie zostaną przez zdającego wykorzystane w rozwiązaniu zadania, nie mogą być podstawą do obniżenia punktacji. 2. Jeżeli zdający wykorzysta w zadaniu inną bryłę niż ostrosłup prawidłowy trójkątny, za całe zadanie otrzymuje 0 punktów. 3. Oznaczenie krawędzi bocznej jako $H + 3$ traktujemy jak błąd merytoryczny i za całe zadanie zdający może uzyskać co najwyżej 1 punkt (za dobrze wyznaczoną długość odcinka PA). 4. Jeżeli odcinek PA zdający zinterpretuje inaczej niż $\frac{2}{3}$ wysokości podstawy (albo obliczy ją, popełniając inne błędy merytoryczne), to całe zadanie może uzyskać co najwyżej 1 punkt (za dobrze zapisane twierdzenie Pitagorasa w trójkącie APS). 5. Uznajemy wyniki nieuproszczone i nieskrócone, np. $V = \frac{36\sqrt{18}}{3}$ itp.	

Giełda maturalna - serwis do nauki on-line

TWÓJ KOD DOSTĘPU

F 1 2 7 6 D 7 F 7

- 1 Zaloguj się na gieldamaturalna.pl
- 2 Wpisz swój kod
- 3 Odblokuj czasowy dostęp do bazy dodatkowych zadań i arkuszy (masz dostęp do 31.12.2018 r.)

VADEMECUM I TESTY MATURA 2019

Zestaw do powtórek
do wszystkich przedmiotów

PAKIETY -20% SPRAWDŹ

