

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

--	--	--

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Egzamin maturalny

Formuła 2023

MATEMATYKA

Poziom rozszerzony

Próbna Matura z Operonem 2024/2025

WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

Uprawnienia zdającego do:

☐ dostosowania zasad oceniania

DATA: **20 listopada 2024 r.**

CZAS TRWANIA: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 15 stron (zadania 1.–11.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Na pierwszej stronie arkusza wpisz swój numer PESEL i kod.
3. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
5. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.

0-1
2-3

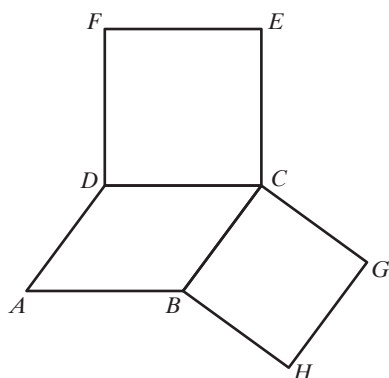
Wykaż, że $\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \log_5 6 \cdot \log_6 7 \cdot \log_7 8$ jest liczbą naturalną. Zapisz obliczenia.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

Zadanie 2. (0–3)

Na bokach BC i CD równoległoboku $ABCD$ zbudowano kwadraty $CDEF$ i $BCGH$ (zobacz rysunek).

Udowodnij, że $|AC| = |EG|$. Zapisz obliczenia.



2.

0–1
2–3



3.

0-1-2
3-4

Zadanie 3. (0–4)

Wielokąt wypukły ma n wierzchołków, z których losujemy jednocześnie 2.

Oblicz liczbę n wierzchołków, wiedząc, że prawdopodobieństwo zdarzenia A – wylosowane wierzchołki utworzą przekątną tego wielokąta – jest równe 0,9. Zapisz obliczenia.



Zadanie 4. (0–6)

Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Punkt P , o pierwszej współrzędnej równej (-2) , należy do wykresu funkcji f . Prosta o równaniu $y = ax + b$ jest styczna do wykresu funkcji f w punkcie P .

Oblicz współczynniki a oraz b w równaniu tej stycznej oraz podaj ekstrema funkcji, o ile istnieją. Zapisz obliczenia.

4.

0–1–2

3–4

5–6



0-1-2
3-4

Trzy liczby tworzą ciąg arytmetyczny. Jeśli pierwszą liczbę zmniejszymy o 1, drugą liczbę zwiększymy o 15, a trzecią zwiększymy o 37, to otrzymamy ciąg geometryczny.

Wyznacz te liczby, jeśli wiadomo, że ich suma jest równa 63. Zapisz obliczenia.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form a uniform pattern of small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Zadanie 6. (0–4)

Rozwiąż nierówność $\frac{2\cos x - \sqrt{3}}{\cos^2 x} < 0$ w przedziale $\langle 0; 2\pi \rangle$. Zapisz obliczenia.

6.

0–1–2
3–4



7.

0-1-2
3-4-5

Zadanie 7. (0–5)

Rozpatrujemy wszystkie trapezy równoramienne, w których krótsza podstawa i każde z ramion ma długość 5 cm.

Oblicz długość dłuższej podstawy dla trapezu o największym polu i oblicz to pole. Zapisz obliczenia.

Zadanie 8. (0–5)

Punkt $A(-4; -1)$ jest wierzchołkiem kwadratu opisanego na okręgu o równaniu $x^2 + y^2 + 6y - 1 = 0$.

Wyznacz współrzędne pozostałych wierzchołków tego kwadratu. Zapisz obliczenia.

8.

0–1–2
3–4–5



9.

0-1-2
3-4

Zadanie 9. (0-4)

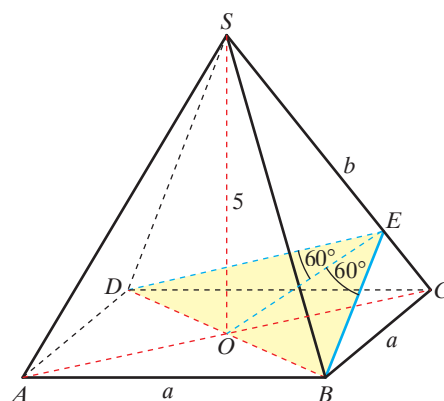
Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie $x^2 + 2(m+1)x + 6m + 1 = 0$ ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste x_1, x_2 tego samego znaku, spełniające warunek $x_1 - x_2 < 3$. Zapisz obliczenia.



Zadanie 10. (0–6)

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym $ABCD S$ o podstawie $ABCD$ (patrz rysunek) wysokość jest równa 5, a kąt między sąsiednimi ścianami bocznymi ostrosłupa ma miarę 120° .

Oblicz objętość bryły. Zapisz obliczenia.



10.

0–1–2

3–4

5–6



Zadanie 11. (0–6)

W urnie znajdują się 2 kule białe i 6 kul czarnych. Losujemy 2 kule bez zwracania.

Które ze zdarzeń jest bardziej prawdopodobne: wyciągnięcie kul o różnych kolorach czy wyciągnięcie kul tego samego koloru? Ile należy dołożyć do urny kul białych, aby zdarzenia te były jednakowo prawdopodobne? Zapisz obliczenia.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

ISBN 978-83-8197-509-4

